MERIEM ZAMMEL-FEKIH AMED

Cours de Géométrie descriptive et perspective

2014-2015

SOMMAIRE

1. LES PREREQUIS 5
1.1. Le point 5
1.1.1. Représentation d'un point 5
1.2. La droite 6
1.2.1. Représentation d'une droite (AB) 6
1.2.3. Droite de profil 7
1.2.3. Droite horizontale 7
1.2.4. Droite frontale 8
1.2.5. Traces d'une droite sur les plans de projection 8
1.2.6. Intersection de deux droites 9
1.3. Le plan 10
1.3.1. Le plan donné par ses traces 10
1.3.2. Plan vertical 11
1.3.3. Plan debout 11
1.3.4. Plan horizontal 12
1.3.5. Plan frontal 12
1.3.6. Construction sur les plans 13
2. Contenu des enseignements 18
2.1. Prismes et pyramides 18
2.1.3. Généralités 18
2.1.2. Intersection d'une droite et d'une pyramide 29
2.1.3. Intersection d'une droite et d'un prisme 32
2.1.4. Section plane de la pyramide 32
2.1.5. Section plane d'un prisme 35
2.1.7. Intersection d'un prisme et d'une pyramide 40
2.2. La perspective 45
2.2.1. Perspective à deux points de fuite 45
2.2.2. Perspective du cercle horizontal 48
2.2.3. Perspective du cercle vertical 49
2.2.4. Perspective intérieure frontale ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2 .3. Notions générales sur les surfaces ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.3.1. Généralités ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.3.2. Classification des surfaces dites réglées ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2. 3.3. Plans tangents et normale à une surface ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.4. Cônes et cylindres ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.4.1. Généralités ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.4.2 Intersection d'un cône et d'une droite ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.4.3. Section plane d'un cône ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.4.4. Intersection de cônes et de cylindres ..... **Erreur ! Signet non défini.**
2.5. La sphère ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3. Apport pédagogique ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.1. Objectifs généraux du cours ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.2. Structuration des contenus propres à chaque séance ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4. Outils didactiques ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4.1. Un outil de Représentation adéquat ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4.2. Elaboration de maquette à partir de la représentation en épure : ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4.3. Modélisation 3D : ..... **Erreur ! Signet non défini.**

3.4.4. La photo modélisation ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4.5. L'EVALUATION ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4.6. Perspectives ..... **Erreur ! Signet non défini.**
3.4.7. Compte-rendu de la réunion de coordination n°1 Module M.1.2.3 et M.2.2.3 ..... **Erreur ! Signet non défini.**
4. Intégration de l'équipe de recherche PAE 3C ..... **Erreur ! Signet non défini.**

Conclusion

Introduction

La géométrie descriptive a été inventée par l'ingénieur mathématicien français Monge (1746-1818) qui l'a théorisée et développé les principes.

C'est l'étude de la représentation de l'espace sur un plan.

Elle se propose :

a) de faire correspondre à une figure de l'espace une ou plusieurs figures planes qui en constituent la représentation.
b) Réciproquement de trouver une figure de l'espace connaissant sa représentation.
c) De résoudre des problèmes de géométrie de l'espace par des constructions de géométrie plane.

La géométrie descriptive est née de problèmes pratiques. Elle est indispensable à l'ingénieur et à l'architecte. Dans tous les domaines de la technique on utilise des plans établis d'après ses principes.

L'étude de la géométrie descriptive a pour but de développer chez l'étudiant le raisonnement géométrique et l'intuition spatiale c'est-à-dire la faculté de voir dans l'espace.

La géométrie descriptive est aussi une des rares disciplines dont l'enseignement dans les écoles d'architecture persiste depuis le XIXe siècle, et on est en droit de se demander à l'heure de l'informatique triomphante notamment dans la conception et la représentation des objets en trois dimensions, si cet enseignement est toujours justifié.

Certes les outils numériques actuels permettent d'élaborer des volumes complexes plus rapidement et avec plus de précision, mais la géométrie descriptive possède deux vertus essentielles pour l'étudiant architecte : d'une part la gymnastique mentale qu'elle implique lui apprend à voir dans l'espace et à comprendre la représentation des objets tridimensionnels ce qui sera de la plus grande utilité devant l'écran d'un modeleur 3D, et d'autre part le soin qu'elle exige dans la réalisation des épures apporte la rigueur nécessaire à une expression graphique pertinente, fut-elle assistée par ordinateur.

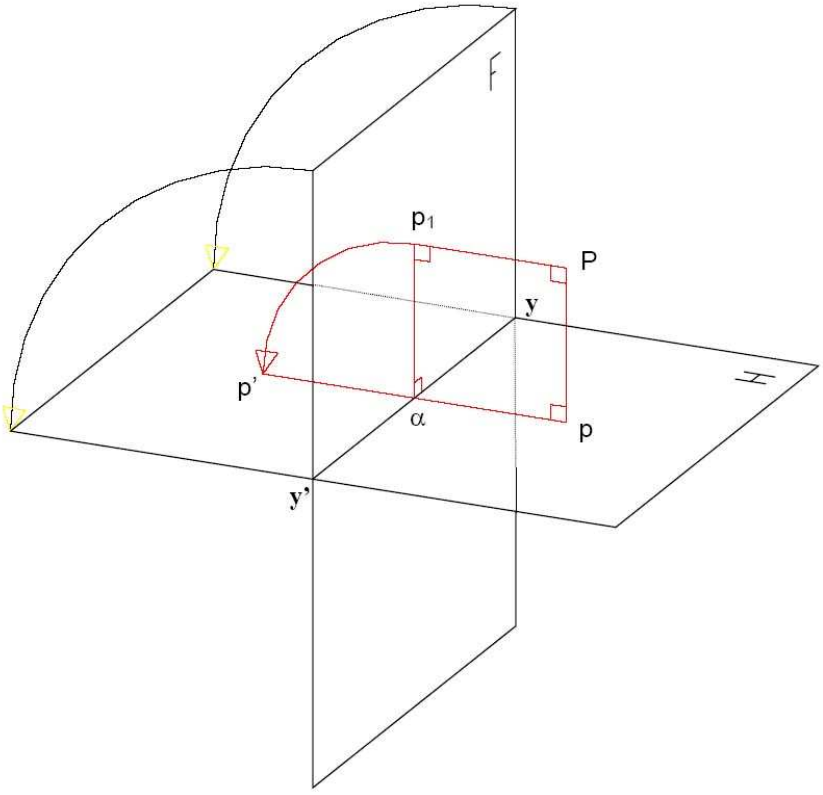
1. LES PREREQUIS

Le cours de géométrie descriptive débute en première année architecture. Durant cette année les étudiants sont initiés à la géométrie descriptive. Ils partent de la représentation d'un point sur les deux plans de projections en épure puis ils étudient la représentation des droites, l'intersection de ces dernières, les plans et leur intersection enfin la perspective.

1.1. Le point

1.1.1. Représentation d'un point

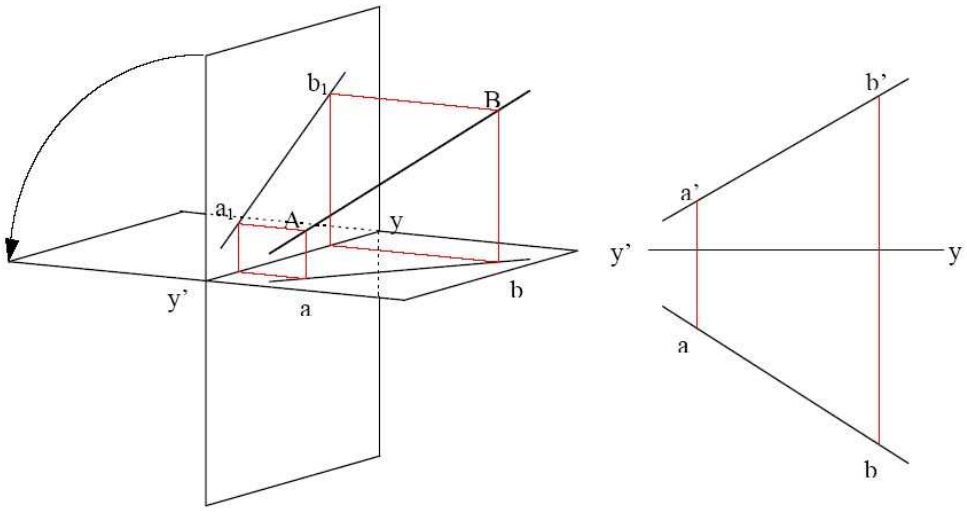
Chaque point P dans l'espace est défini par ses coordonnées (x, y, z).



Soit un point (P) de l'espace. Le point (P) se projette horizontalement sur le plan (H) en (p) et frontalement sur le plan (F) en (p1). Le plan (pPp1) ainsi défini est perpendiculaire aux plans de projection (H) et (F) et donc à la ligne de terre en Alpha.

1.2. La droite

1.2.1. Représentation d'une droite (AB)

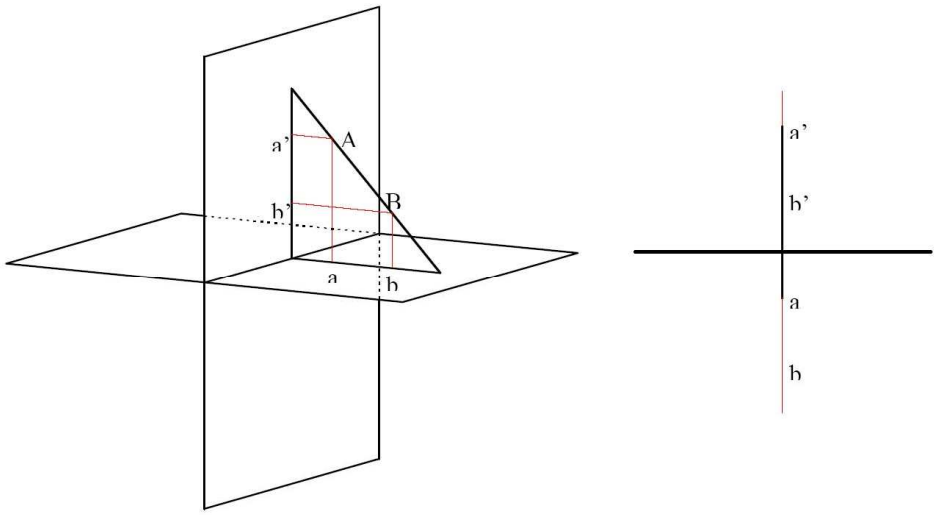


La géométrie nous apprend qu'une droite est entièrement déterminée par deux points distincts.

Il suffira donc pour déterminer une droite dans l'épure de connaître deux de ses points par leurs projections horizontale et verticales. Une droite est ainsi définie par sa projection horizontale et frontale.

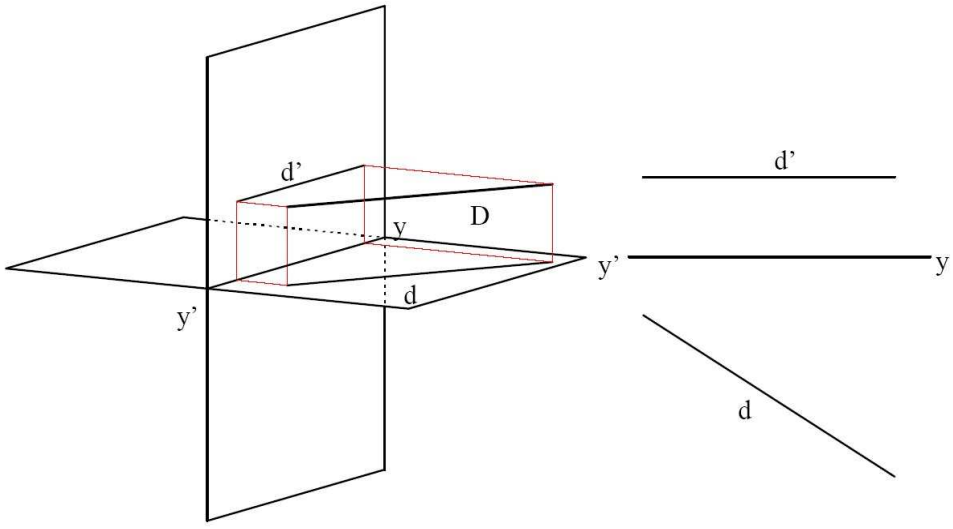
Soient (A) et (B) deux points distincts de l'espace. Par ces deux points passe une seule droite. Soit (a) et (b) les projections horizontales des points (A) et (B), et par (a') et (b') passe une et une seule droite :la projection frontale de la droite (AB).

1.2.3. Droite de profil



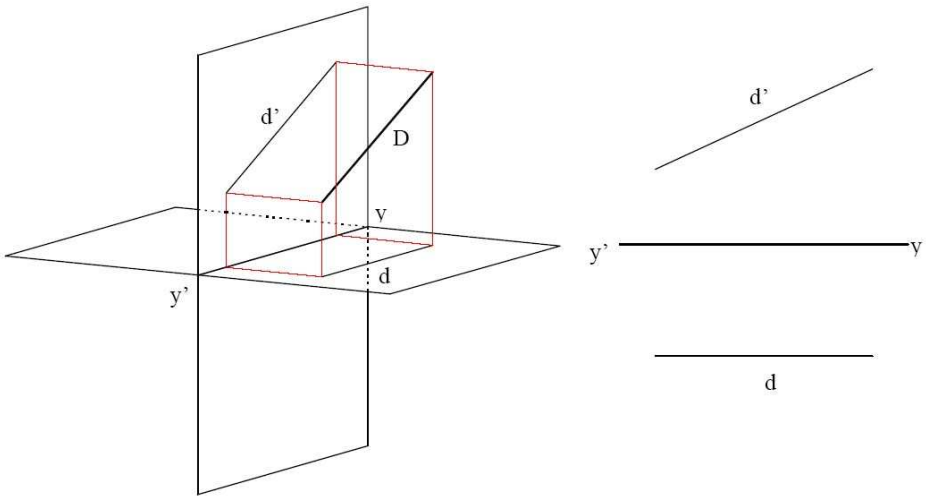
Est dite de profil toute droite appartenant à un plan perpendiculaire à la ligne de terre, et ainsi aux deux plans de projection. Ces deux projections d'une telle droite sont donc elles-mêmes perpendiculaires à la ligne de terre et alignées sur une même ligne de rappel.

1.2.3. Droite horizontale



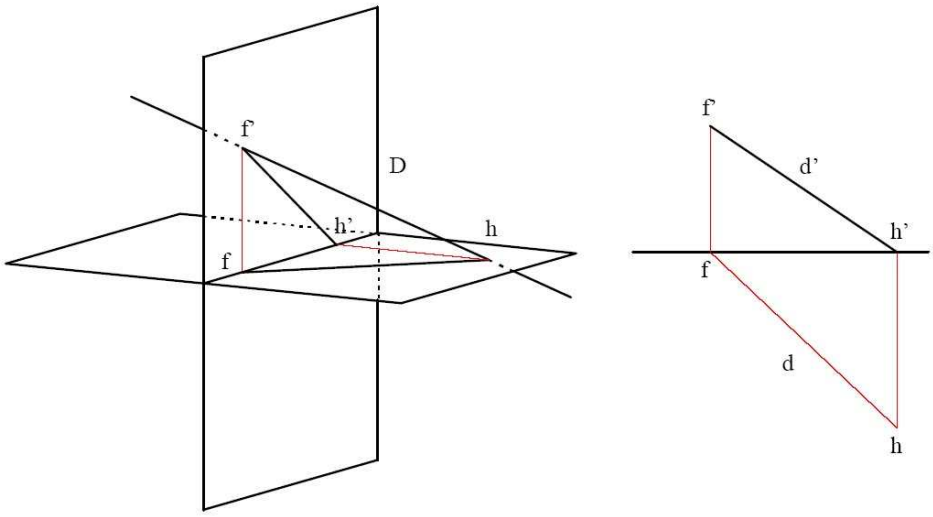
Est dite horizontale toute droite parallèle au plan horizontal de projection. Tous les points d'une droite horizontale ont donc la même côte et sa projection frontale est parallèle à la ligne de terre.

1.2.4. Droite frontale



Est dite frontale toute droite parallèle au plan frontal de projection. Tous les points d'une droite frontale ont le même éloignement et sa projection horizontale est parallèle à la ligne de terre.

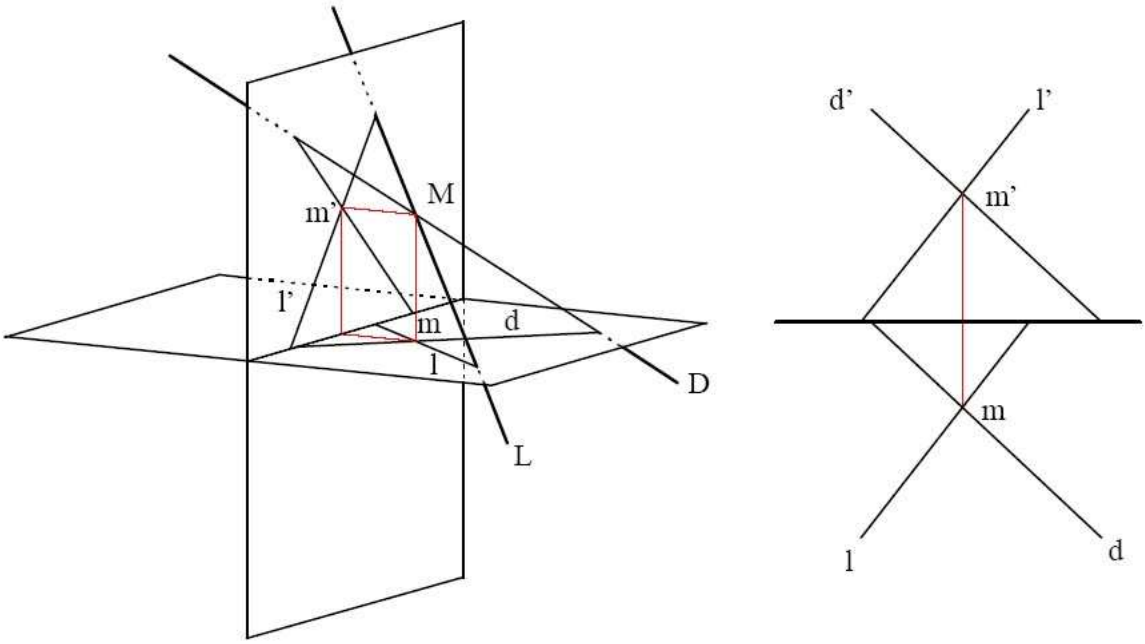
1.2.5. Traces d'une droite sur les plans de projection



Les droites sont par définition infinies. Par conséquent, sauf cas particuliers (droites horizontales et verticales), les droites interceptent les deux plans de projection.

On appelle trace horizontale de la droite l'intersection de cette droite avec le plan horizontal de projection.
On appelle trace frontale de la droite l'intersection de cette droite avec le plan frontal de projection.
La trace horizontale de la droite est un point de côte nulle puisque ce point appartient au plan horizontal.
La trace frontale de la droite est un point d'éloignement nul puisque ce point appartient au plan frontal.

1.2.6. Intersection de deux droites



Soient deux droites (D) et (L) de l'espace ayant un point commun (M). Ce point appartient aux deux droites et donc à leurs deux projections.

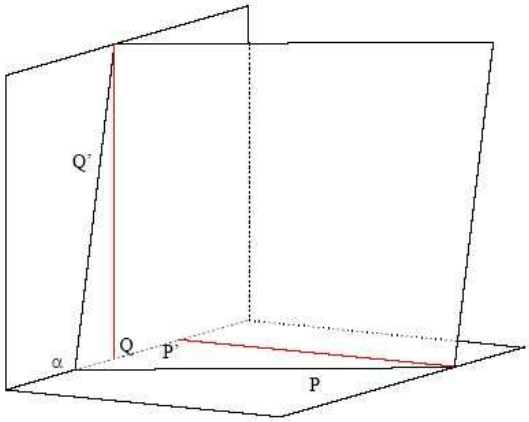
Sa projection frontale se trouve donc à l'intersection des projections frontales (d') et (l') et sa projection horizontale à l'intersection des projections horizontales (d) et (l). Donc lorsque deux droites sont sécantes, l'intersection des projections frontales et l'intersection des projections horizontales se trouvent nécessairement sur une même ligne de rappel.

1.3. Le plan

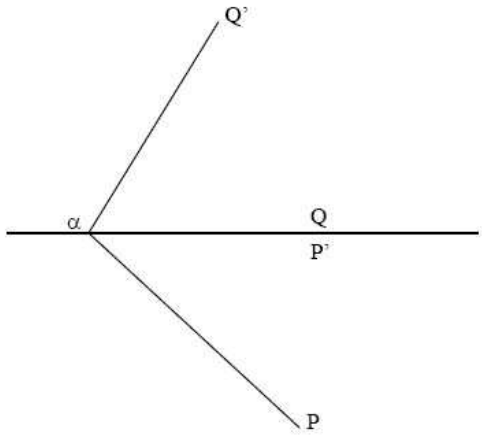
Rappel géométrique : Un plan est défini par :

- 3points non colinéaires
- 1point et une droite distincts
- 2 droites concourantes en un point
- 2 droites parallèles distinctes.

1.3.1. Le plan donné par ses traces

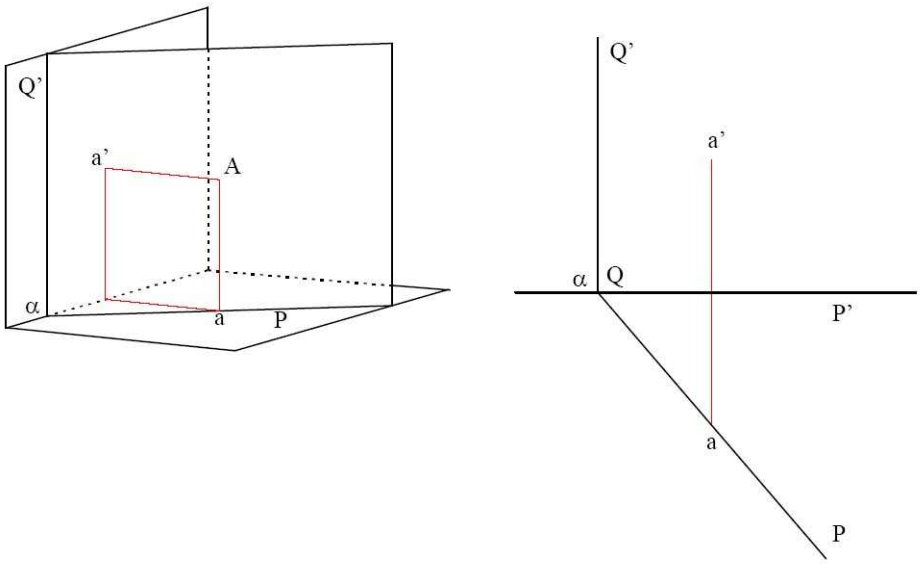


Le plan est ainsi entièrement déterminé dans l'épure par ses traces horizontale et frontale.



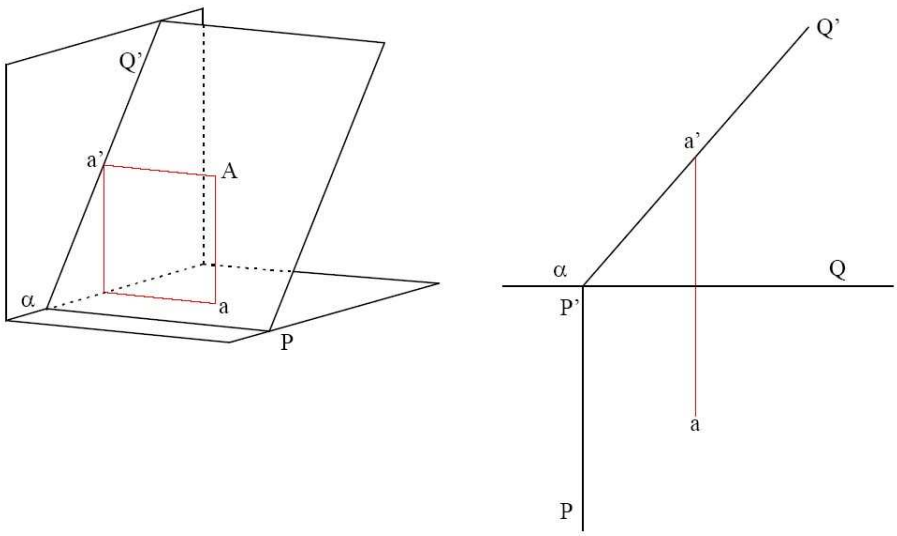
En géométrie descriptive, un plan est le plus souvent caractérisé par deux droites concourantes et notamment par ses traces. On appelle traces d'un plan les droites suivant lesquelles celui-ci coupe les plans de projection. Ces deux droites la trace horizontale P et la trace frontale Q du plan se rencontrent sue la ligne de terre en un point alpha.

1.3.2. Plan vertical



Est dit vertical tout plan perpendiculaire au plan horizontal de projection. Sa trace frontale est donc perpendiculaire à la ligne de terre et tous les points appartenant à ce plan se projettent horizontalement sur sa trace horizontale.
Remarque : Le plan frontal est un plan vertical particulier.

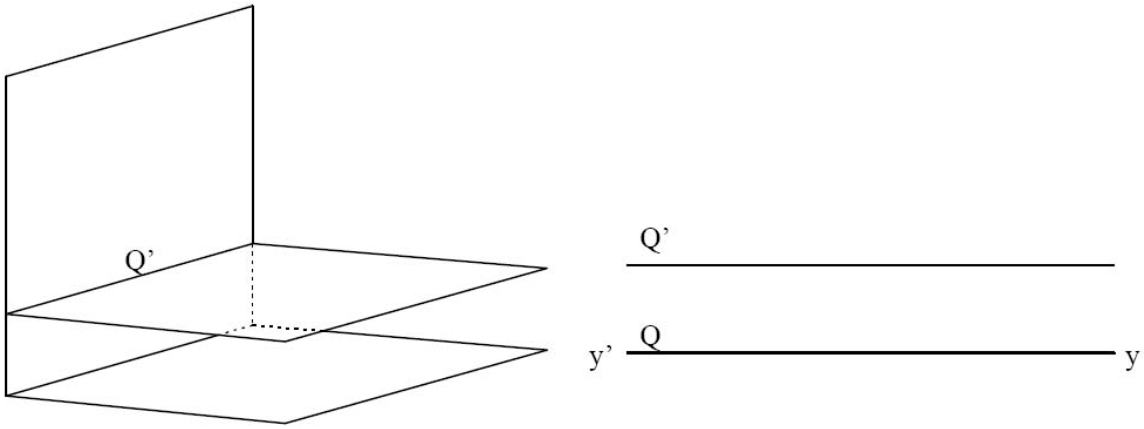
1.3.3. Plan debout



Est dit debout tout plan perpendiculaire au plan frontal de projection. Sa trace horizontale est donc perpendiculaire à la ligne de terre et tous les points appartenant à ce plan se projettent frontalement sur sa trace frontale.

Remarque : Le plan horizontal de projection est un plan debout particulier.

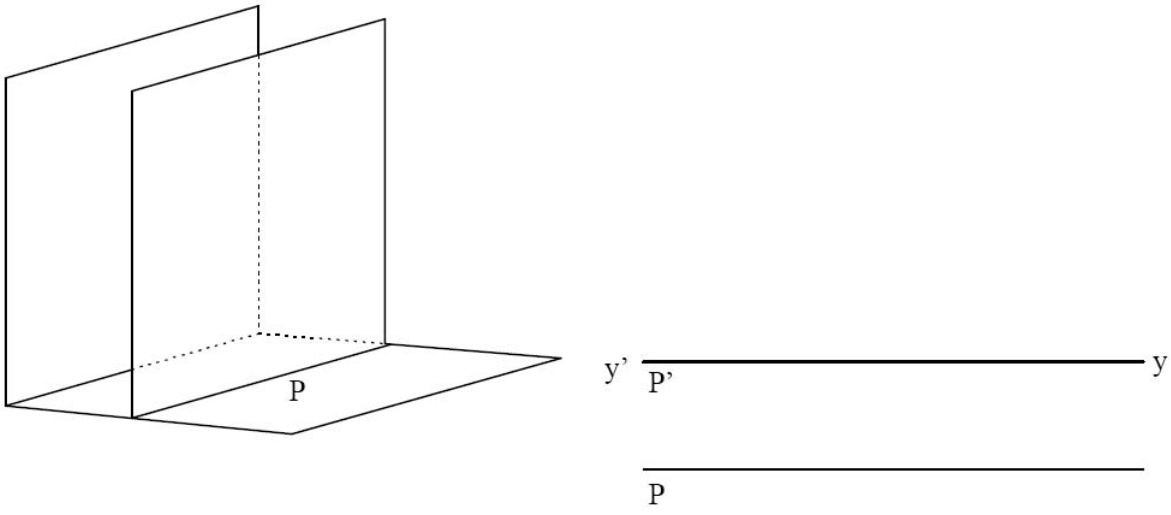
1.3.4. Plan horizontal



Est dit horizontal un plan parallèle au plan horizontal de projection. Tous ses points ont la même côte. Il n'a donc pas de trace horizontale et sa trace frontale est parallèle à la ligne de terre.

Remarque : Tout plan horizontal est aussi un plan debout.

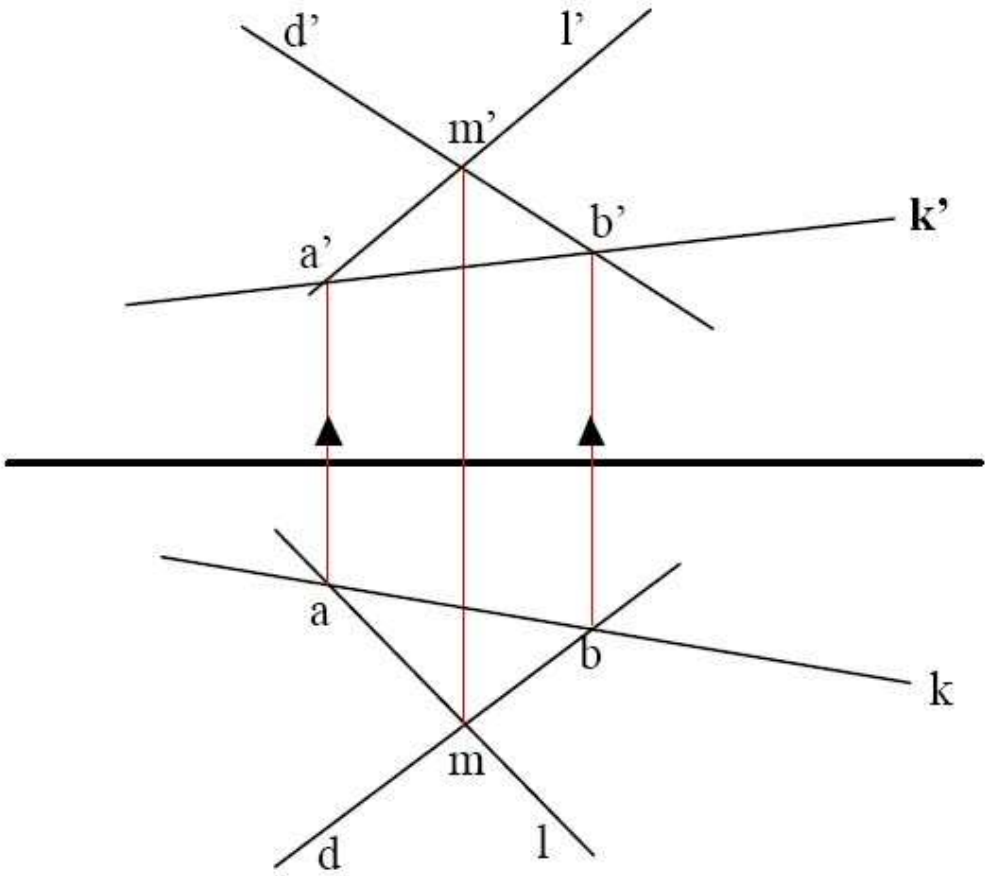
1.3.5. Plan frontal



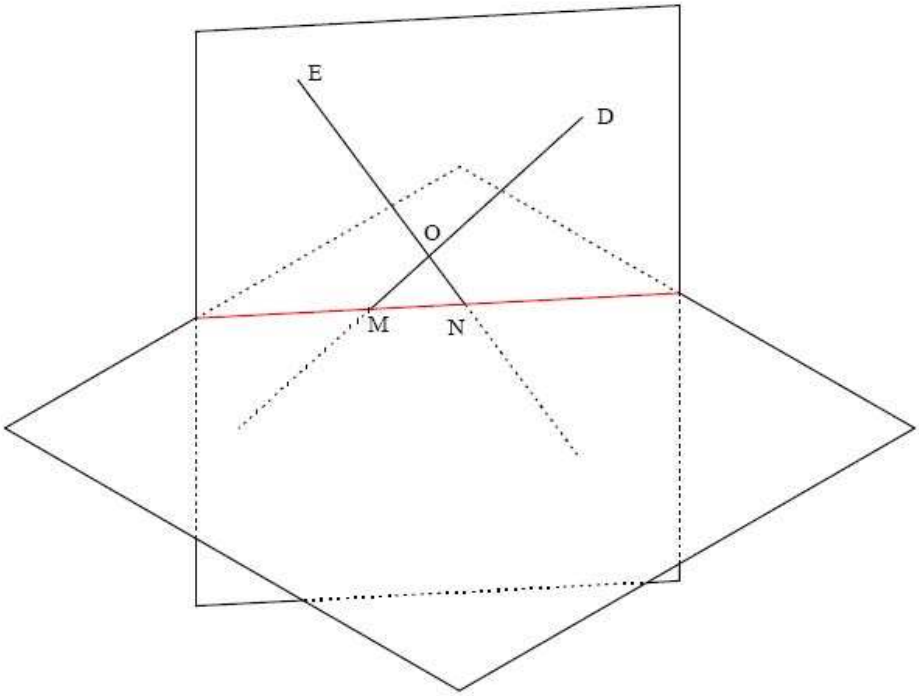
Est dit frontal un plan parallèle au plan frontal de projection. Tous ses points ont le même éloignement. Il n'a donc pas de trace frontale et sa trace horizontale est parallèle à la ligne de terre.

Remarque : Tout plan frontal est aussi un plan vertical.

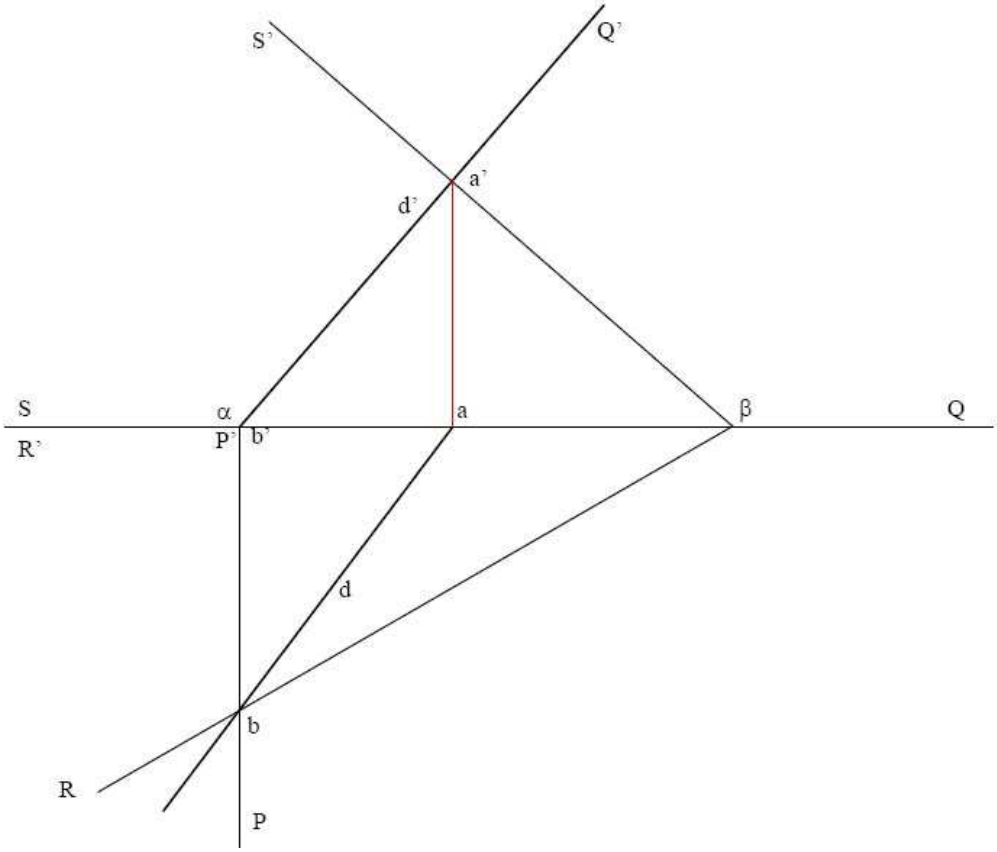
1.3.6. Construction sur les plans



Soit un plan défini par deux droites concourantes (D) et (L). La projection horizontale (k) d'une droite (K) de ce plan est connue. Pour construire la projection frontale (k') de cette droite, il suffit de rappeler les intersections (a) et (b) avec les projections horizontales (d) et (l) de (D) et (L) sur leurs projections frontales (d') et (l').

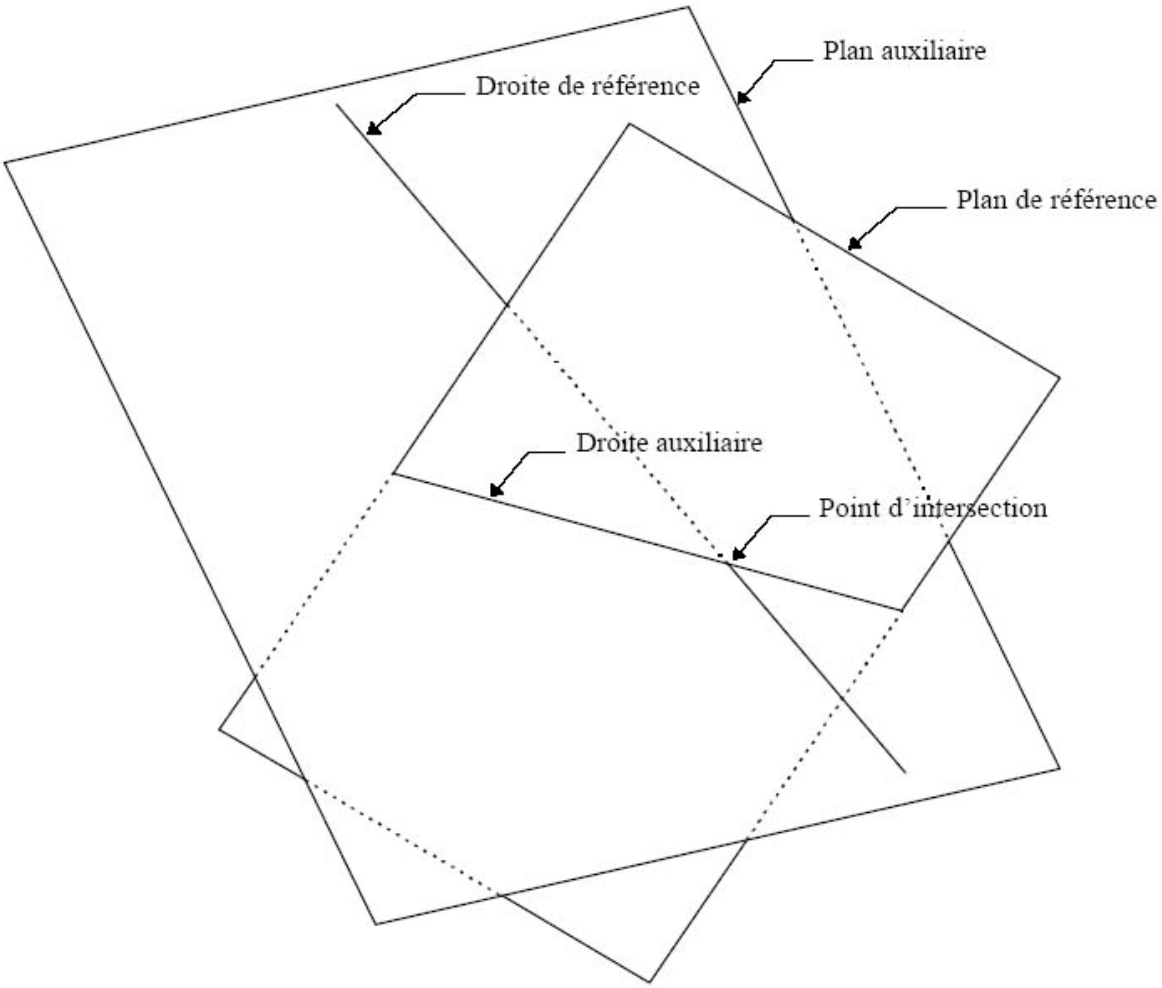


L’intersection de deux plans est soit une droite soit nulle.



Intersection entre un plan debout et un plan donné par ses traces

Nous savons qu’en projection frontale, la droite d’intersection recherchée sera confondue avec la trace frontale du plan de bout. Il suffit donc pour déterminer la droite (D) recherchée de construire (A) et (B) l’intersection des traces.



C’est en ayant assimilé ces notions clefs qu’ils abordent le programme de deuxième année dont la base a été acquise en première année. Ces notions sont reprises en deuxième année comme rappel et durant certains cours.
Le cours de deuxième année est plus complexe, il permet à l’étudiant de travailler sur les volumes en se consacrant aux cours qui touchent au prismes et au pyramides, au cônes et cylindres …

2. PROGRAMME DU COURS DE PERSEPECTIVE ET DE GEOMETRIE DESCRIPTIVE DE DEUXIEME ANNEE

Chapitre 1 : Prismes et Pyramides

1. Généralités
2. Intersection d'une droite et d'une pyramide
3. Intersection d'une droite et d'un prisme
4. Section plane d'une pyramide
5. Section plane d'un prisme
6. Intersection de deux pyramides
7. Intersection de deux prismes
8. Intersection d'un prisme et d'une pyramide

Chapitre 2 : Perspectives à deux points de fuite

1. Perspective à deux points de fuite
2. Perspective intérieure frontale
3. La perspective du cercle (horizontal et vertical)

Chapitre 3 : Notions générales sur les surfaces

1. Généralités
2. Classification des surfaces dites réglées
3. Plans tangents et normales à une surface
4. Construction d'un plan tangent en un point d'une surface
5. Plan tangent à une surface conique

Chapitre 4 : Cônes et cylindres circulaires

1. Généralités
2. Intersection d'une droite et d'un cône
3. Intersection d'une droite et d'un cylindre
4. Section plane d'un cône
5. Section plane d'un cylindre
6. Plans tangents
7. Intersection de deux cônes
8. Intersection de deux cylindres
9. Intersection d'un cône et d'un cylindre

Chapitre 5 : La sphère

1. Définition et propriétés
2. Représentation d’un point sur une sphère
3. Section plane d’une sphère
4. Plans tangents à une sphère
5. Intersection d’une droite et d’une sphère

Chapitre 6 : Les ombres

1. Notions générales
2. Ombres au flambeau
3. Ombre au soleil
4. Ombre d’un point sur le sol
5. Ombre d’un volume

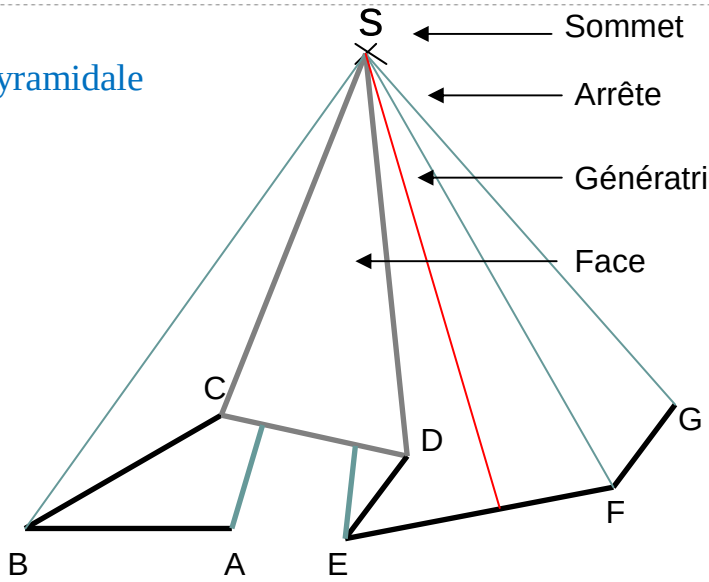
Chapitre 7 : Initiation à la photo modélisation

2. Contenu des enseignements

Prismes et pyramides

2.1.3. Généralités

➢ Surface pyramidale



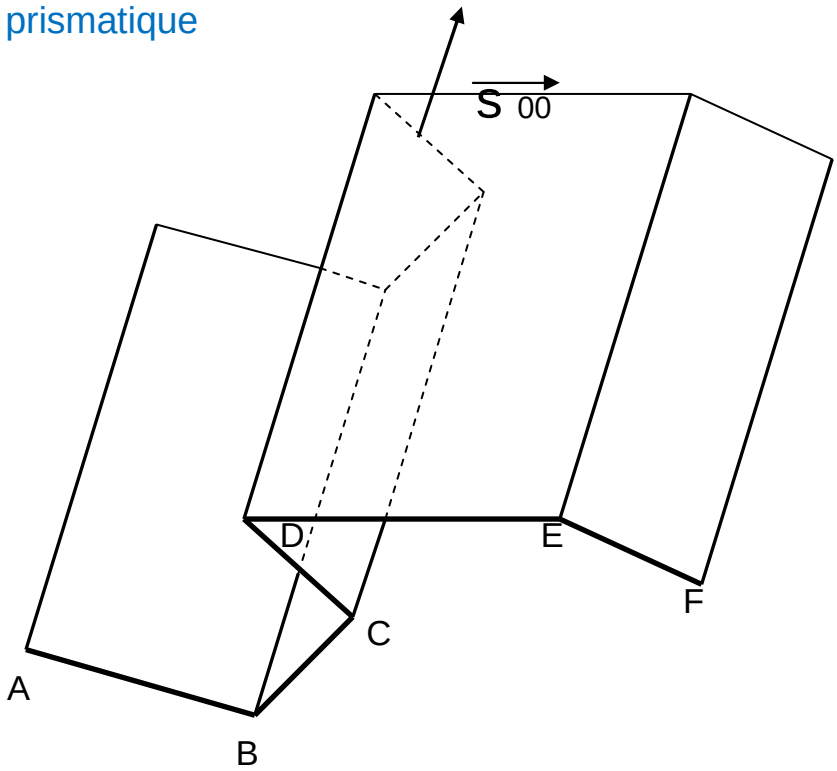
Définition

Soit un point S et une ligne polygonale ABCDE…une droite g mobile et passant par S et s'appuyant sur la ligne polygonale engendre une surface pyramidale dont S est le sommet.

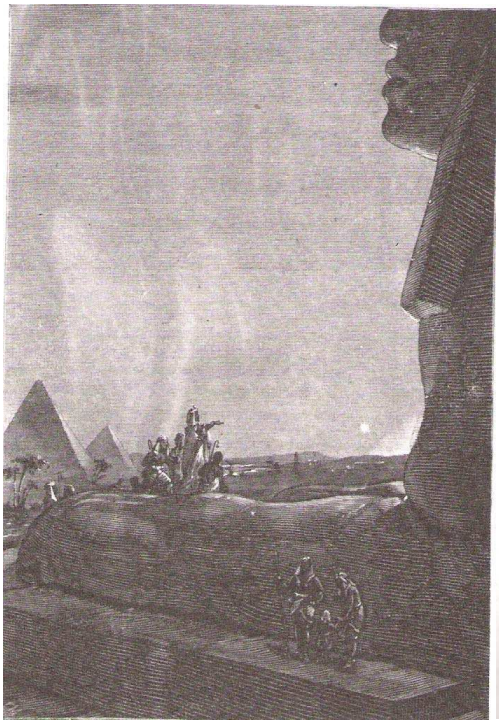
La droite g est une génératrice, lorsque g décrit un côté de la ligne polygonale, elle décrit une face de la surface pyramidale.

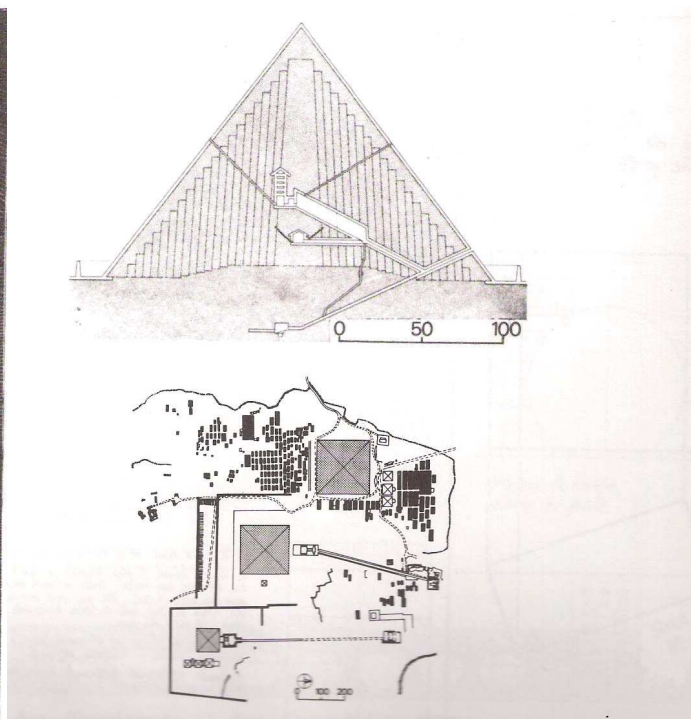
Une génératrice s'arrêtant sur un sommet de la ligne polygonale directrice est une arrête.

Surface prismatique

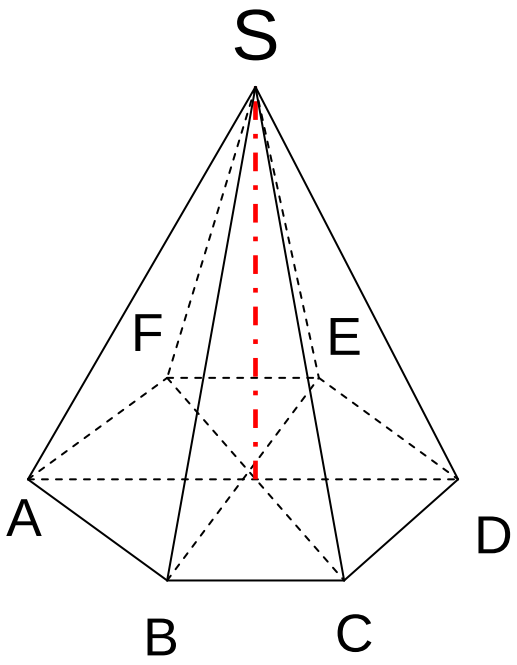


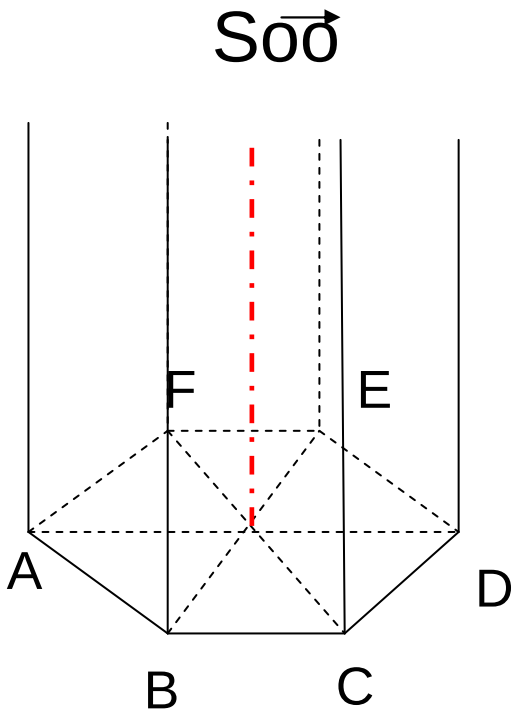
Si le sommet S est à l'infini la surface est dite prismatique.





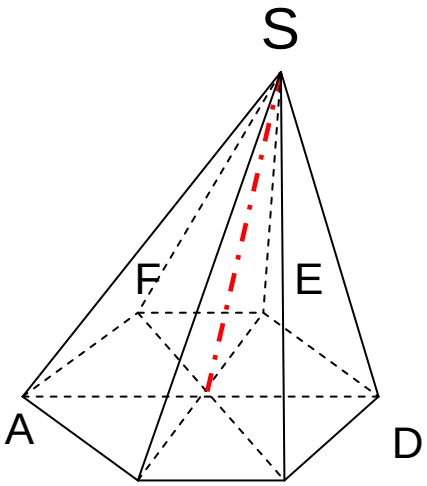
Si le polygone directeur est plan et fermé on l'appelle base de la pyramide et du prisme : Cas particulier les pyramides d'Egypte : Base carrée, face égale.

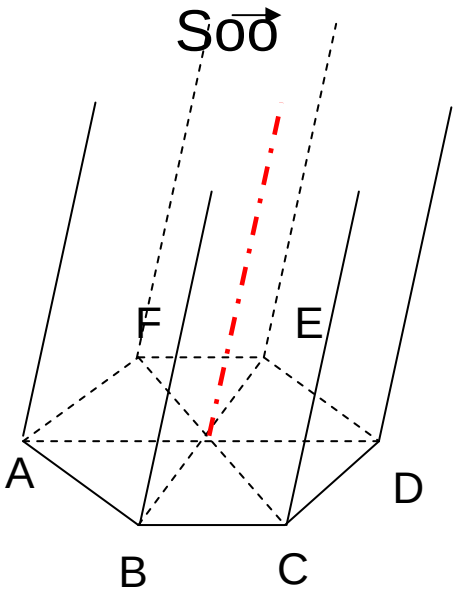




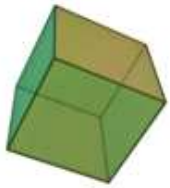
Définition d'une pyramide
Soit un polygone quelconque dans un plan (P), et soit un point S non situé dans ce plan. On trace les demi-droites (SA), (SB), (SC),…La pyramide est la surface définie par les plans (SA, SB), (SB, SC), (SD),…S est appelé le sommet de la pyramide. Le polygone (ABCDEF) est appelé base de la pyramide.

Définition d'un prisme
Soit un polygone quelconque dans un plan (P). Par les points A, B, C,… on trace les demi-droites parallèles à une direction donnée, n'appartenant pas au point P. Le prisme est la surface composée de l'ensemble des faces. Chaque face du prisme est un plan, limité par deux arrêtes. Le polygone (ABCDEF) est appelé base du prisme.





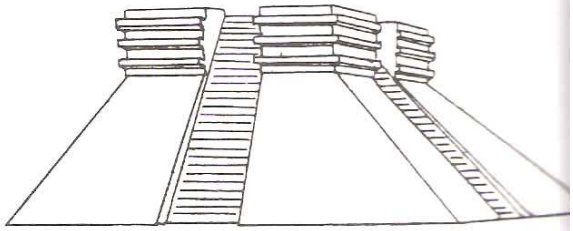
Si l'axe du prisme ou de la pyramide ne sont pas perpendiculaires au plan de la base le prisme ou la pyramide sont oblique.

Les cinq polyèdres réguliers convexes (solides de Platon)				
Tétraèdre	Hexaèdre ou Cube	Octaèdre	Dodécaèdre	Icosaèdre
				

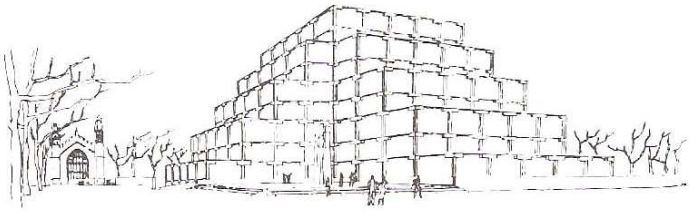
Un polyèdre est une forme géométrique à trois dimensions ayant des faces planes qui se rencontrent le long d'arrêtes droites. Ces polyèdres sont à faces égales.

54. PRISMES ET PYRAMIDES

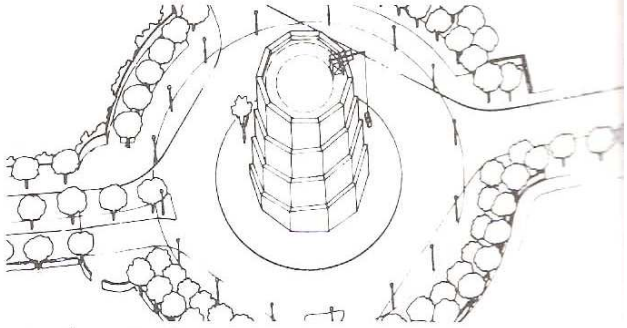
Nous sommes familiarisés géométriquement avec le prisme et la pyramide. Ci-contre quelques exemples d'architectures.



temple à Oajaca, Mexique, époque précolombienne



Louis Kahn, Projet pour la bibliothèque de l'université Washington à St Louis, Missouri, U.S.A., 1956



Christian de Portzamparc
Chateau d'eau à Marne la Vallée, 1971

TETRAEDRE

fig. 1

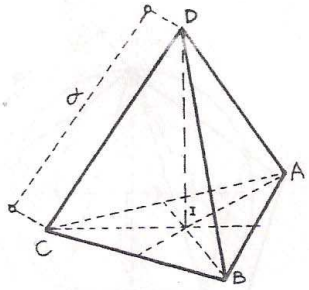
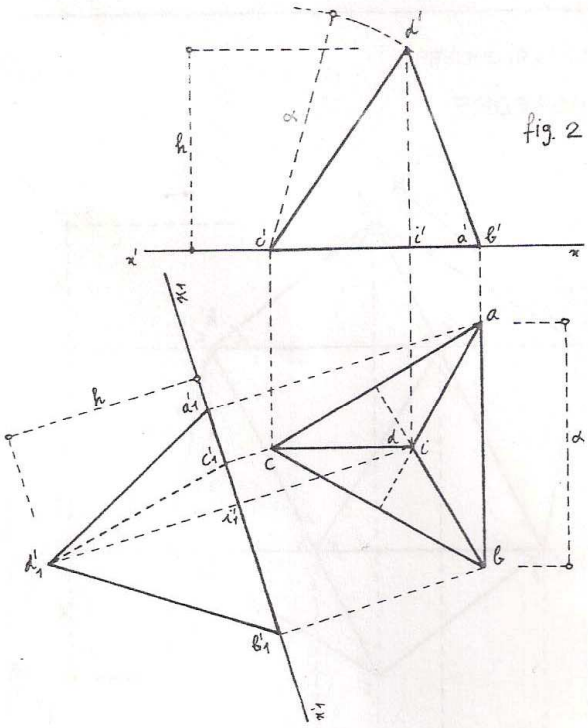
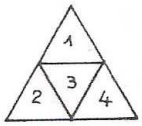


fig. 2



développement



OCTAEDRE

fig. 3

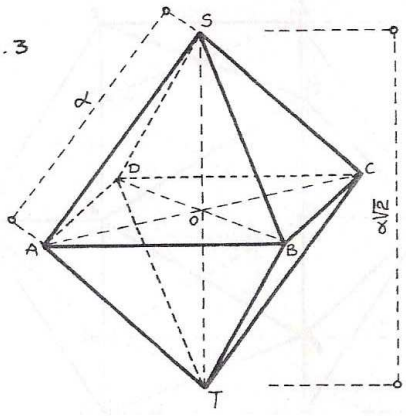
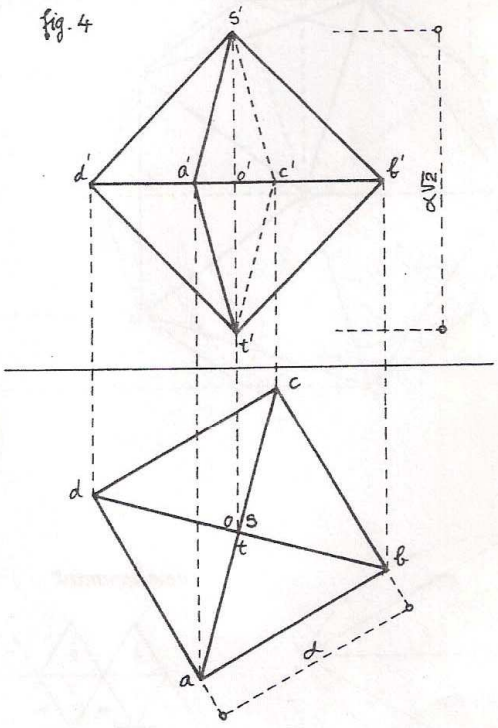
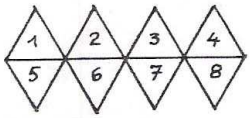


fig. 4

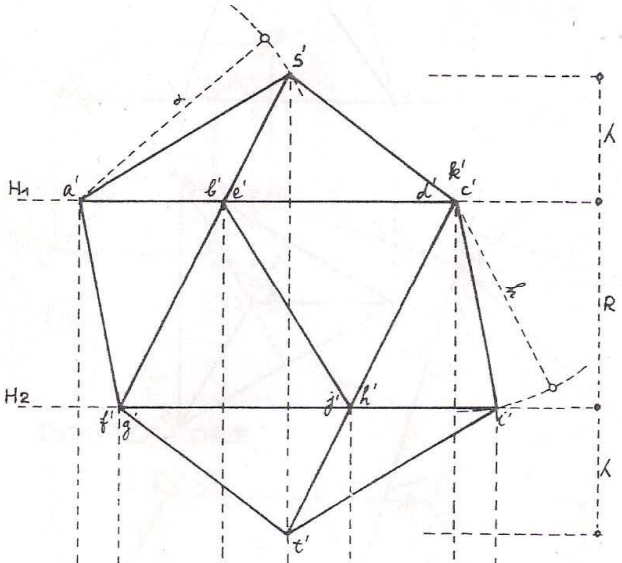


développement



POLYEDRES REGULIERS

ICOSAEDRE



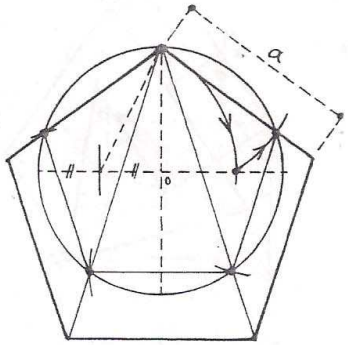
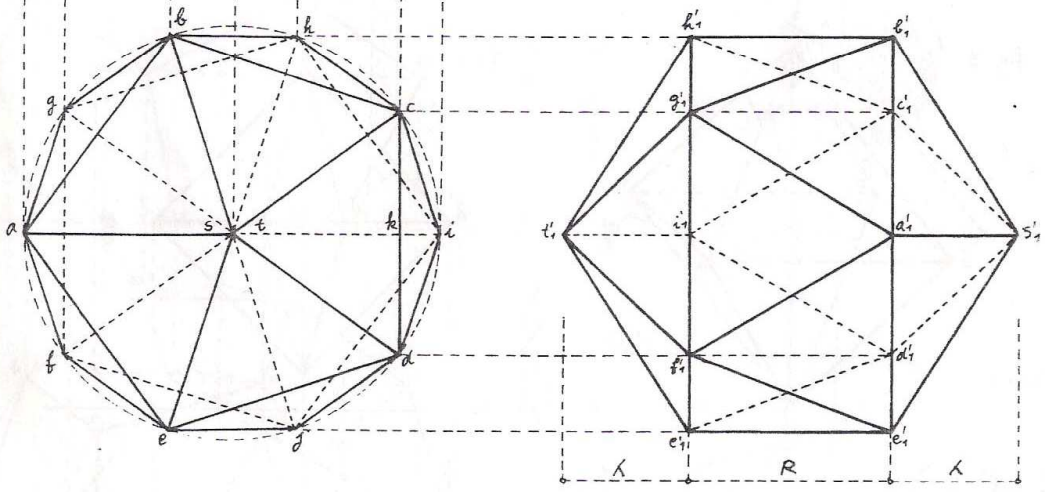
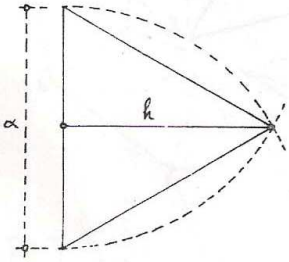
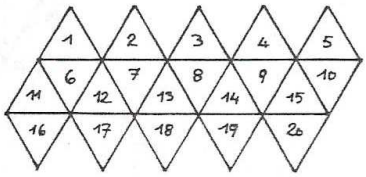


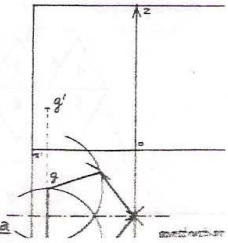
fig. 5





développement





EXERCICE 52a

POLYEDRES REGULIERS

CUBE

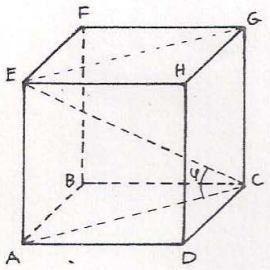


fig. 6

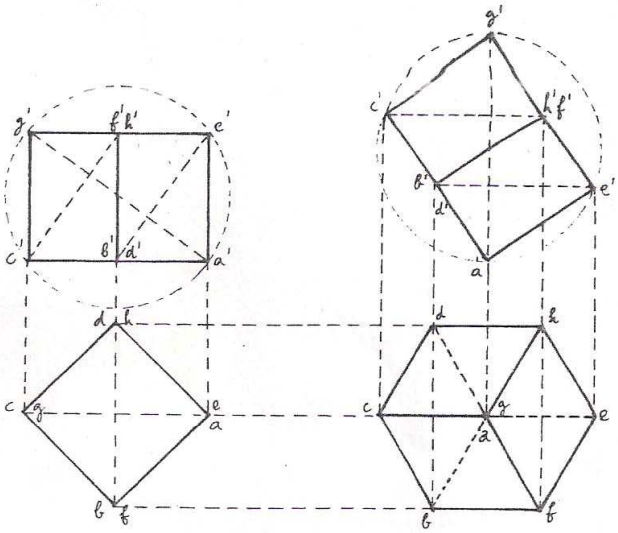


fig.

DODECAÈDRE

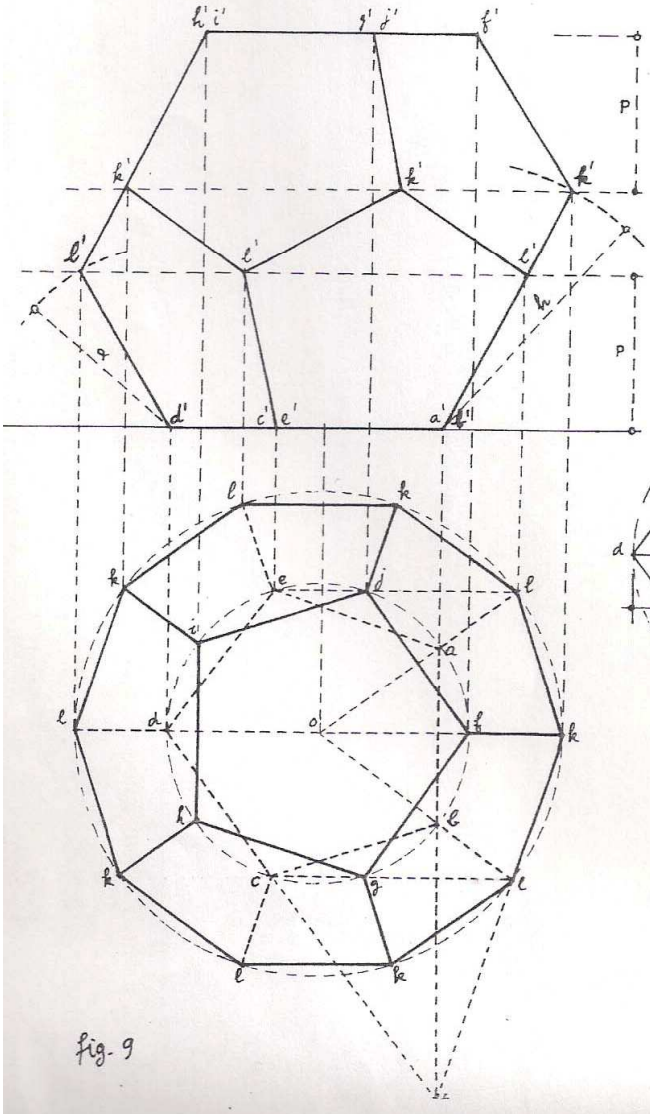


fig. 9

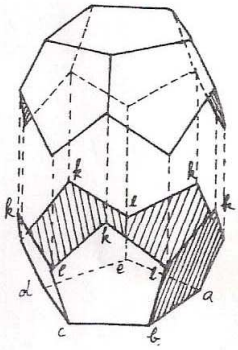
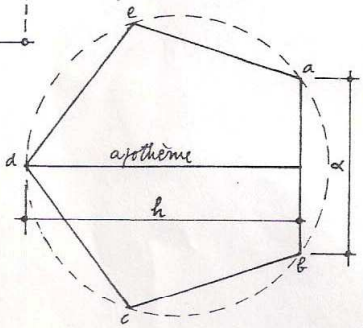
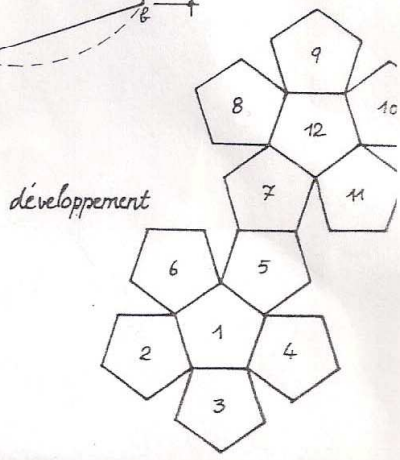
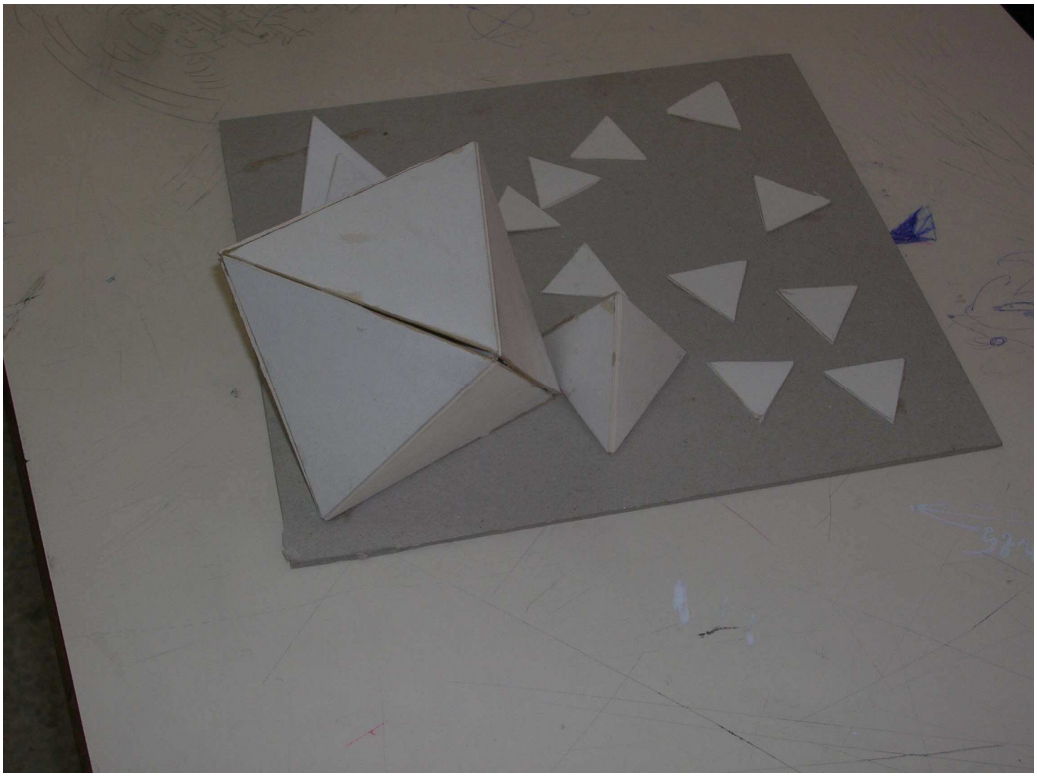


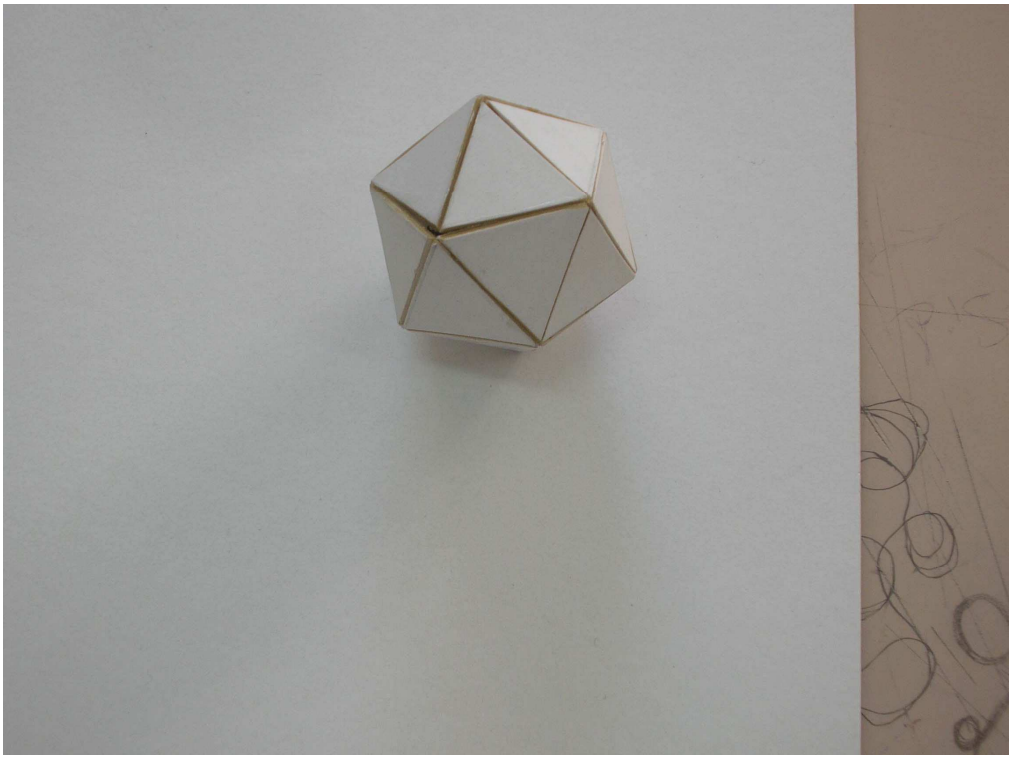
fig.



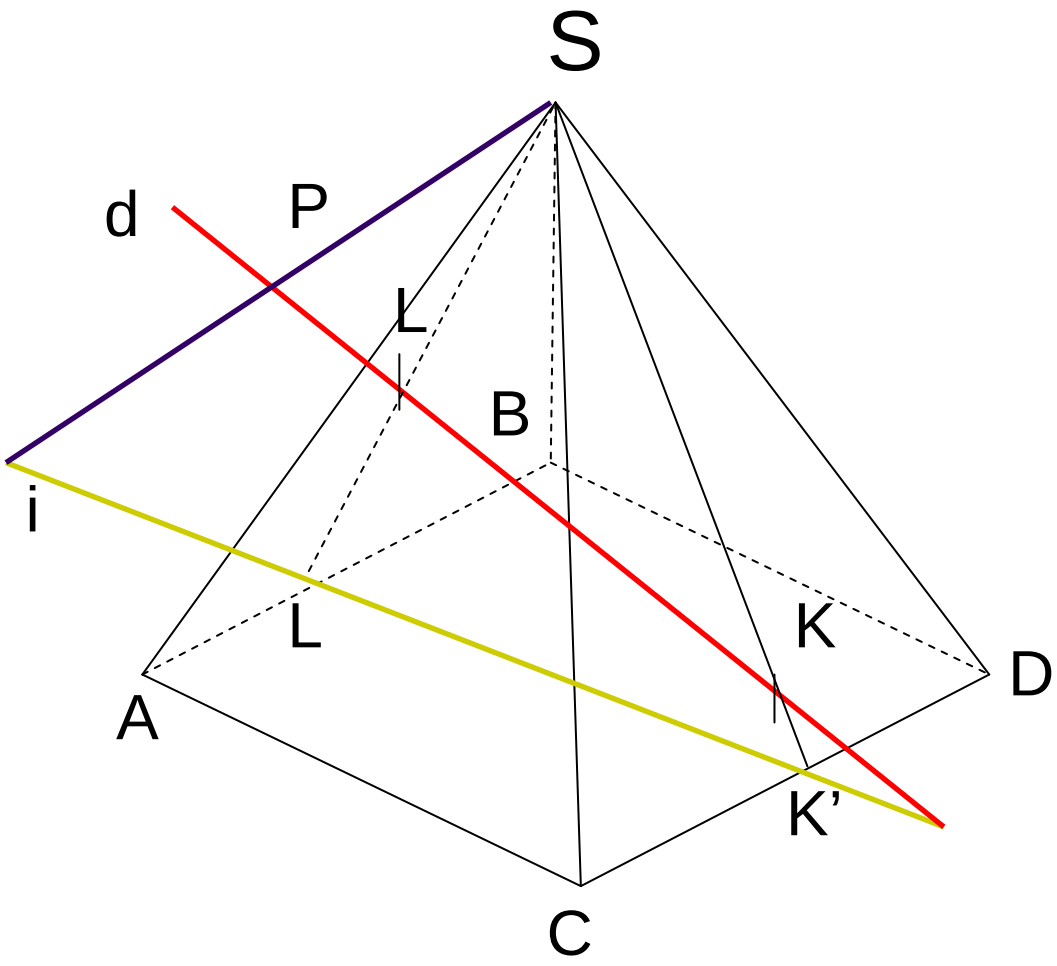


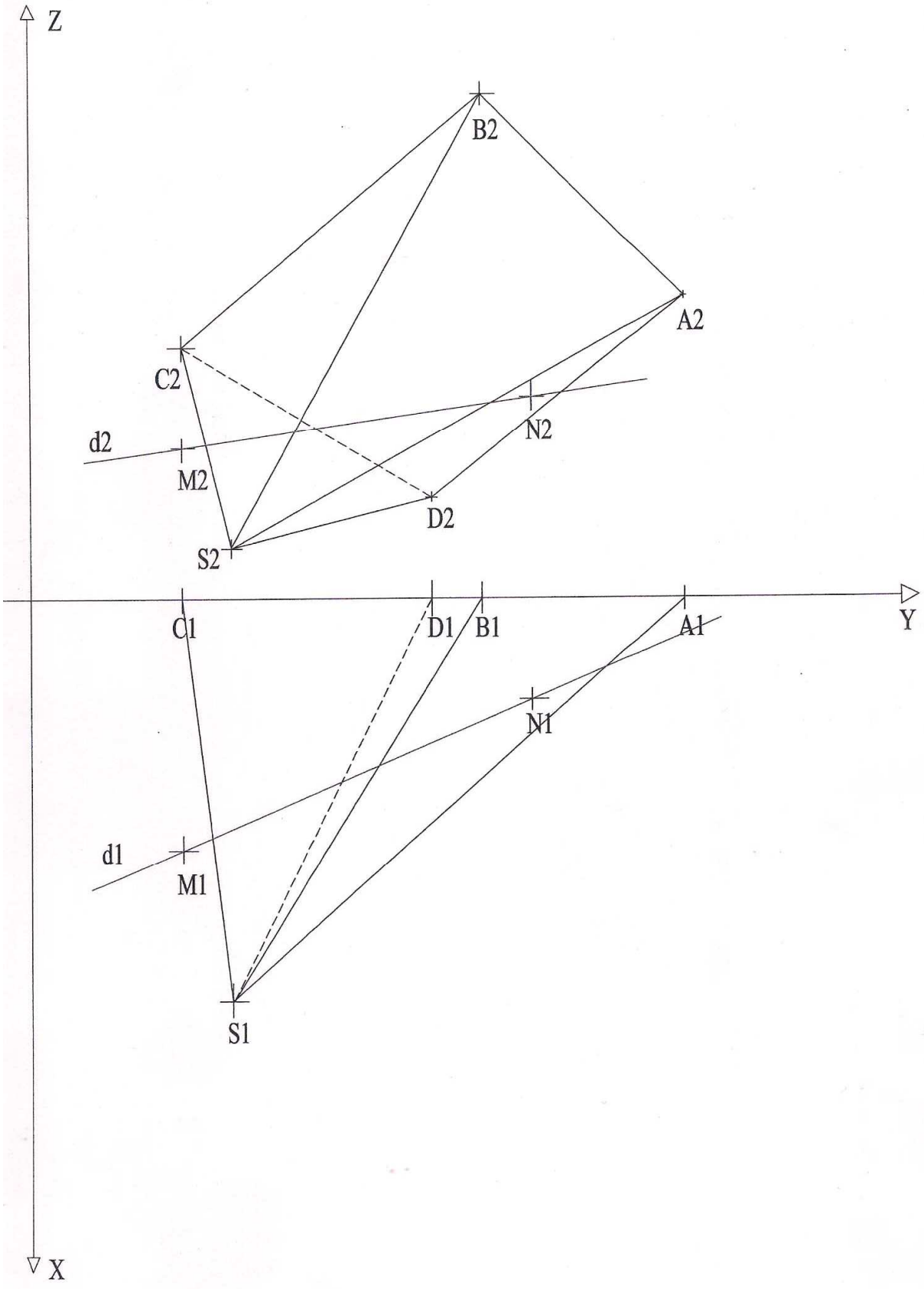
Travaux d’étudiants concernant les polyèdres réguliers

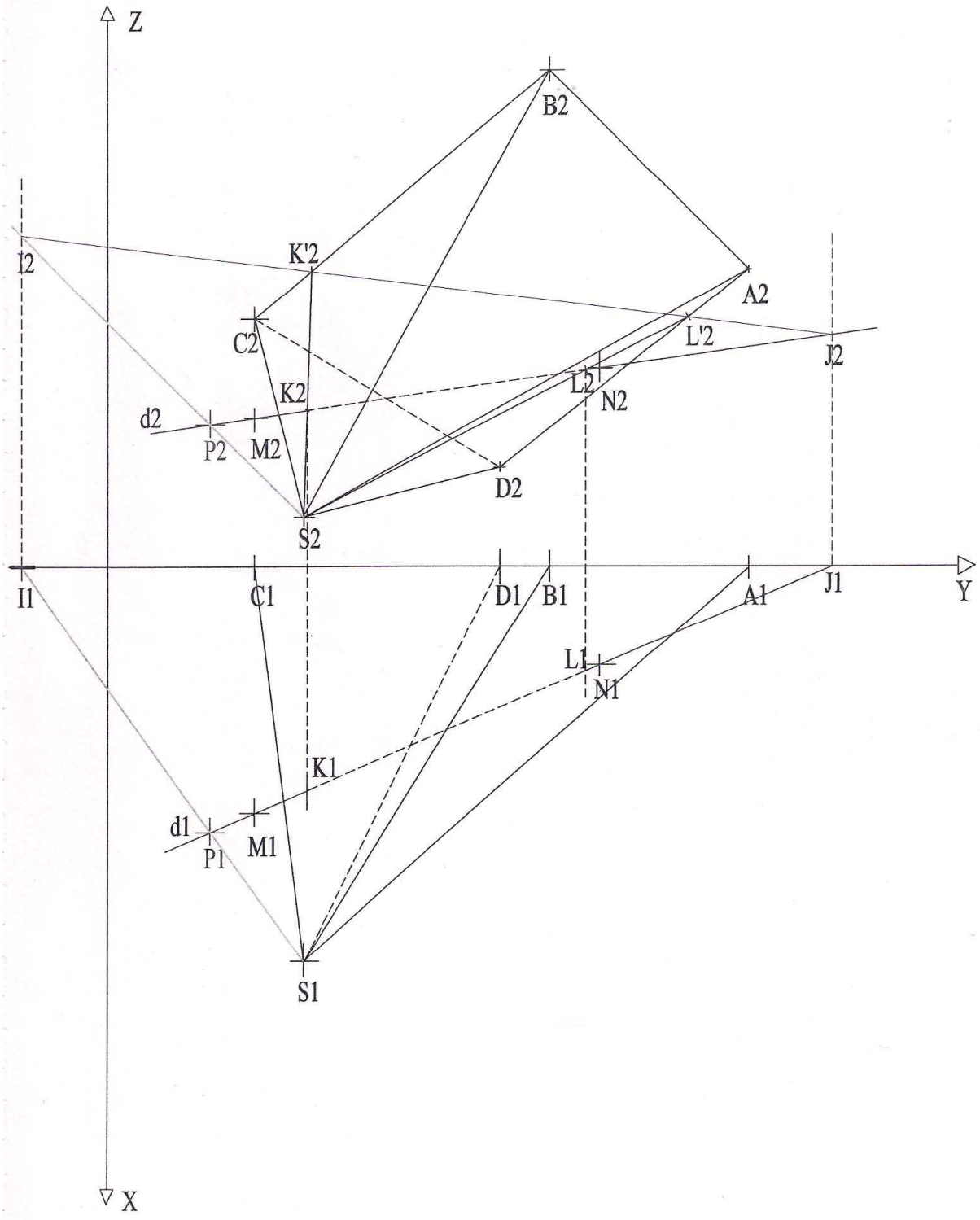




2.1.2. Intersection d’une droite et d’une pyramide



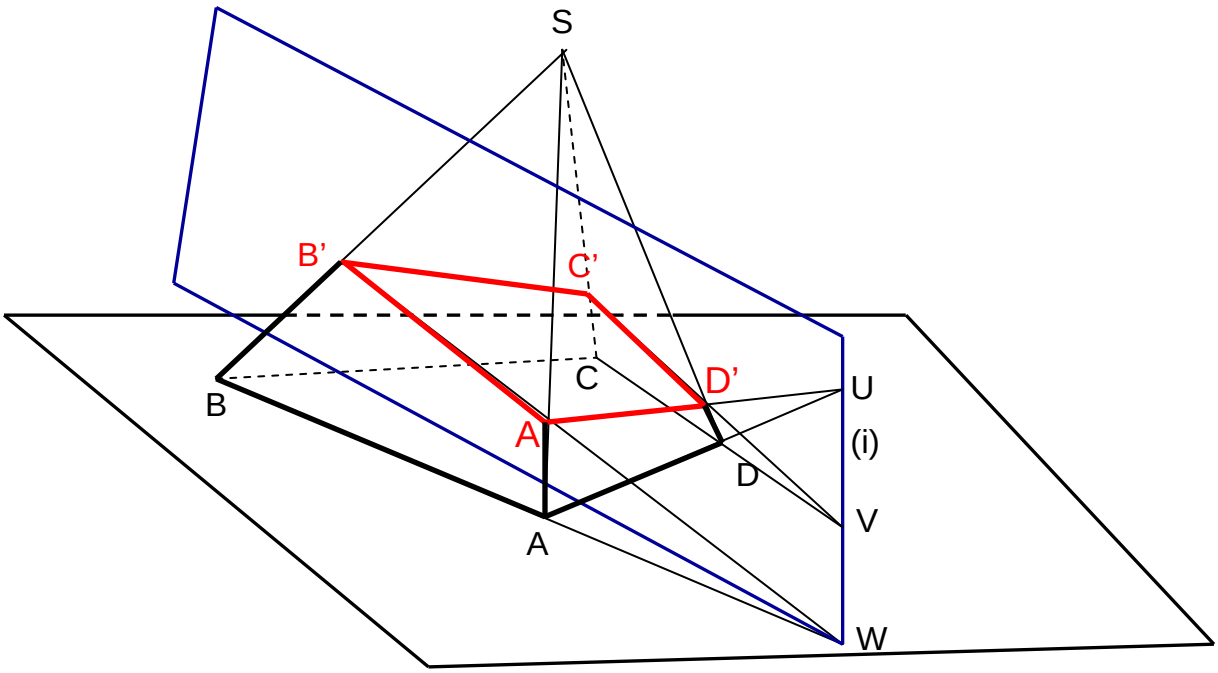

Z
B2
A2
C2
d2
N2
M2
D2
S2
C1
D1
B1
A1
Y
N1
d1
M1
S1
X


Z
B2
I2
K'2
A2
C2
L'2
J2
K2
L2
N2
d2
P2
M2
D2
S2
I1
C1
D1
B1
A1
J1
Y
L1
N1
K1
d1
M1
P1
S1
X

2.1.3. Intersection d'une droite et d'un prisme

2.1.4. Section plane de la pyramide

Cas général

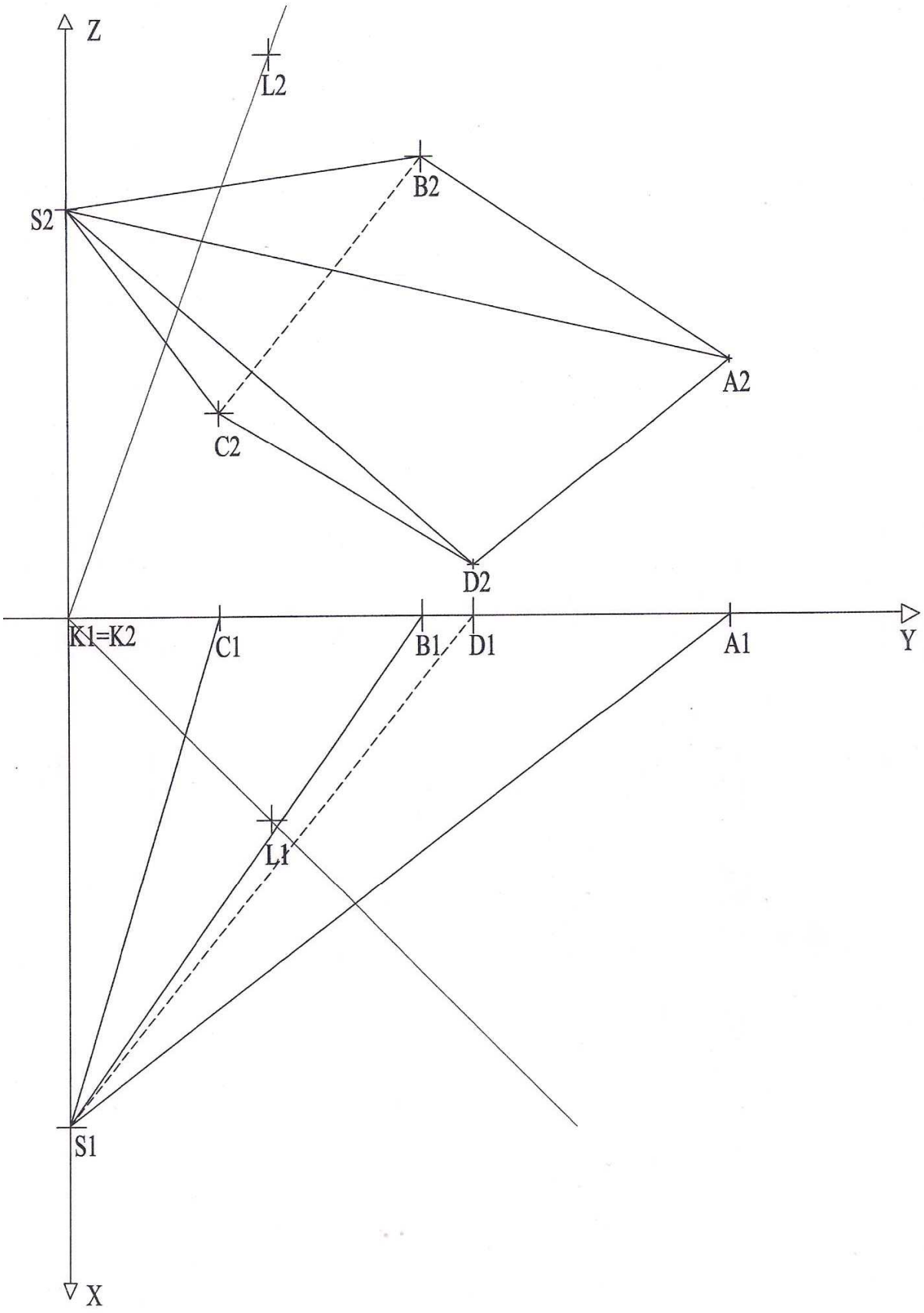


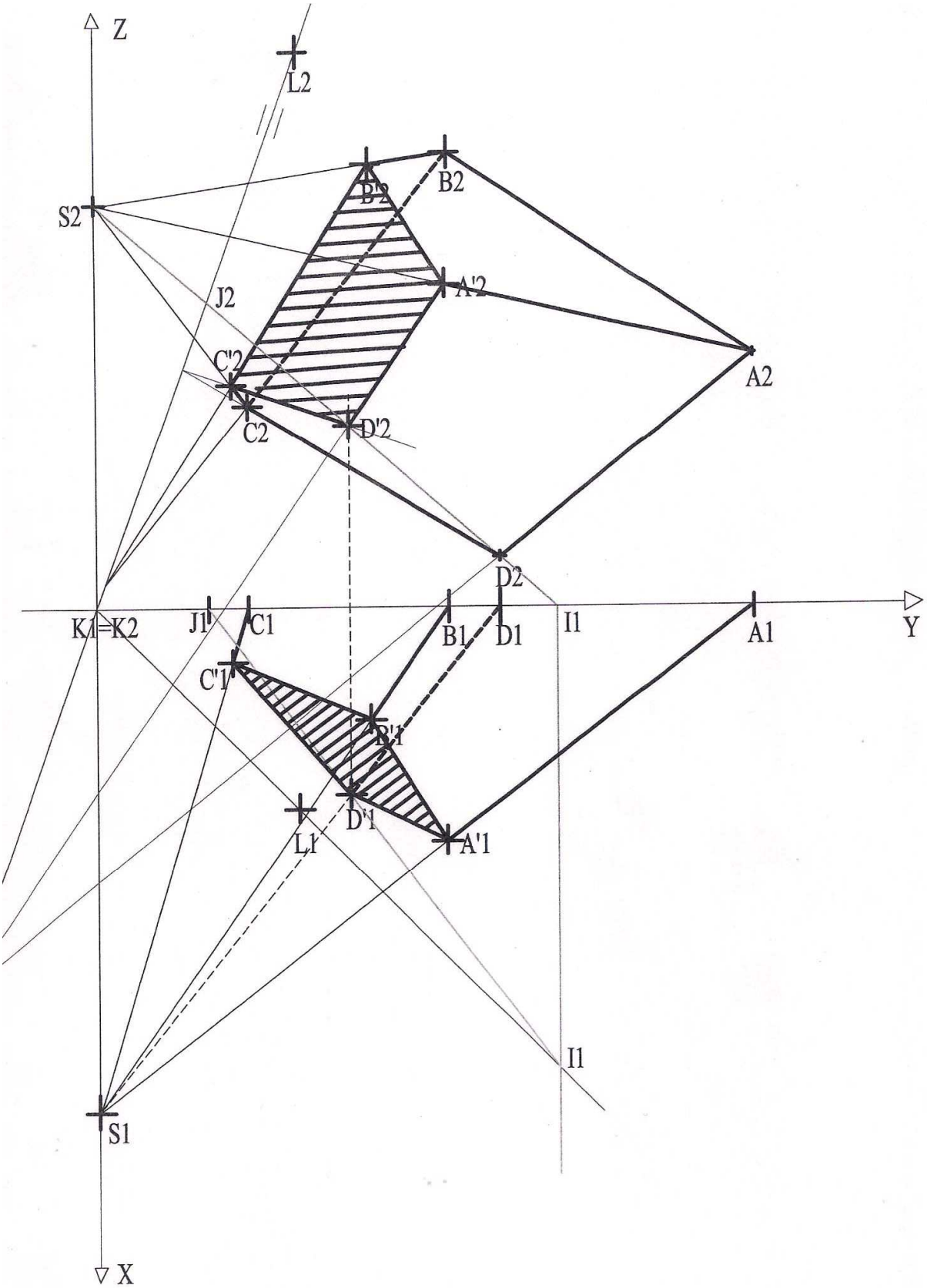
Toute section plane d'une pyramide est en homologie avec sa base. Cette propriété est conservée en projection. L'homologie comme l'affinité est une méthode constructive.

Ses propriétés sont :

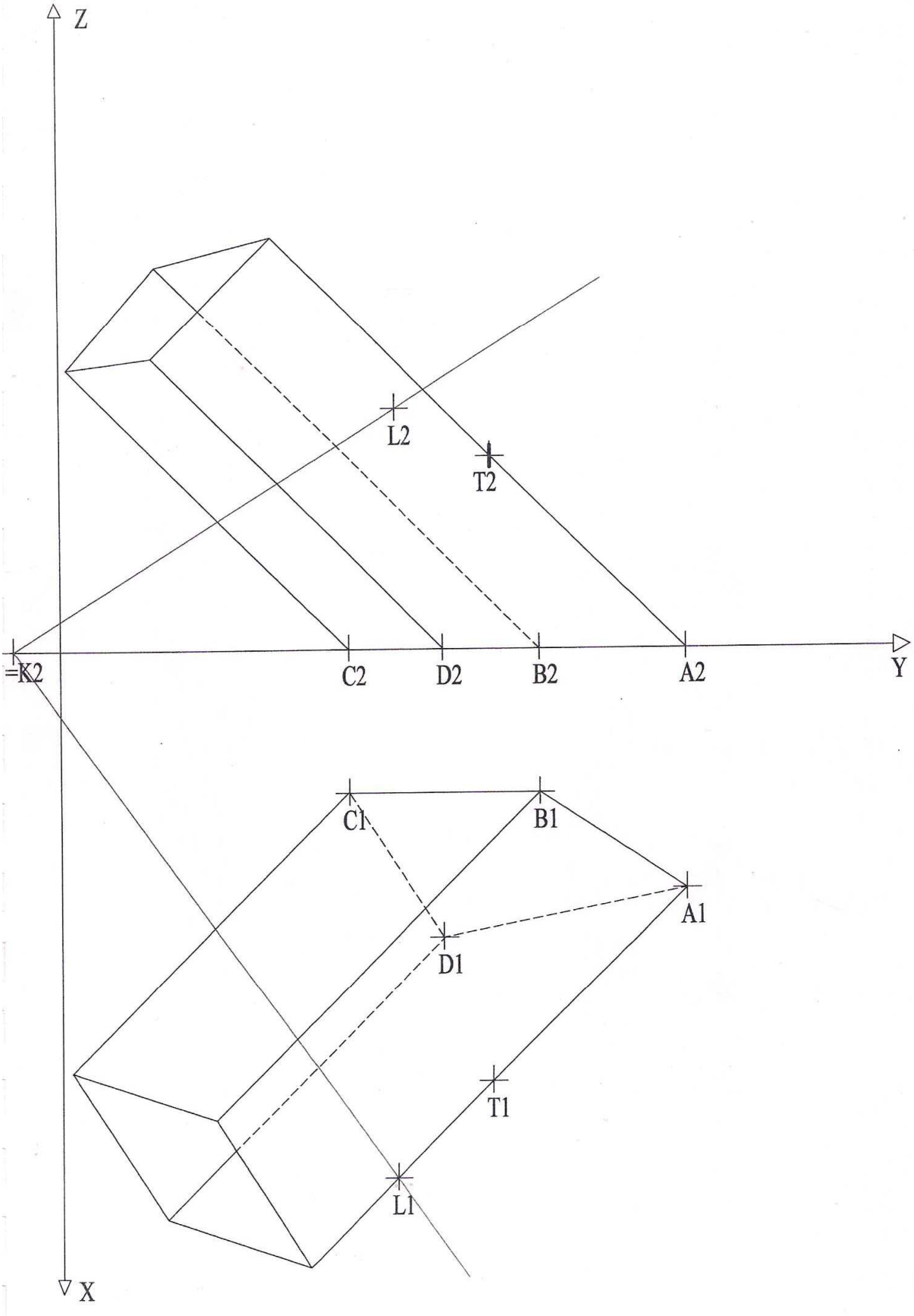
1) Un point et son homologue sont alignés avec le centre de l'homologie.
2) Une droite et son homologue se coupent sur l'axe de l'homologie (Charnière).

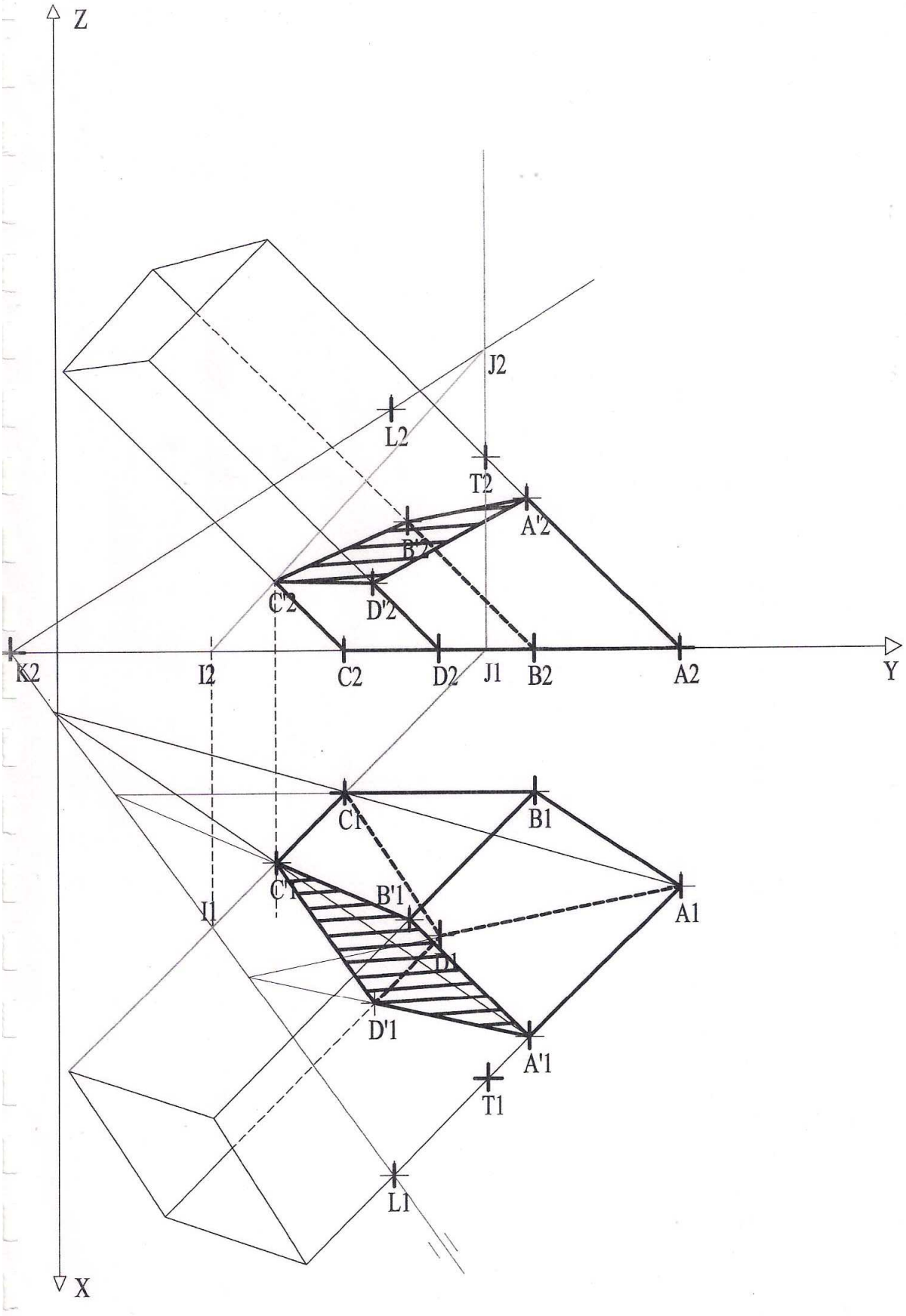
Une telle transformation est une homologie de centre S le sommet de la pyramide et l'axe i de l'homologie est l'intersection du plan sécant avec le plan qui contient la base.


Z
L2
B2
S2
A2
C2
D2
K1=K2
C1
B1
D1
A1
Y
L1
S1
X

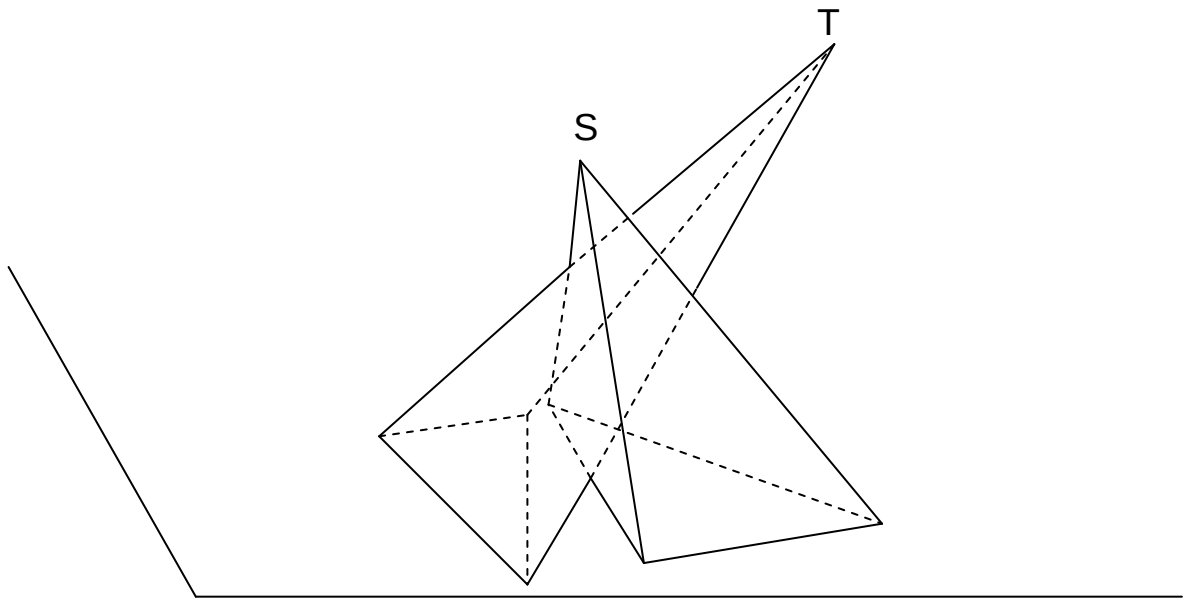

Z
L2
S2
B'2
B2
A'2
J2
C'2
A2
C2
D'2
D2
K1=K2
J1
C1
B1
D1
I1
A1
Y
C'1
B'1
D'1
L1
A'1
I1
S1
X

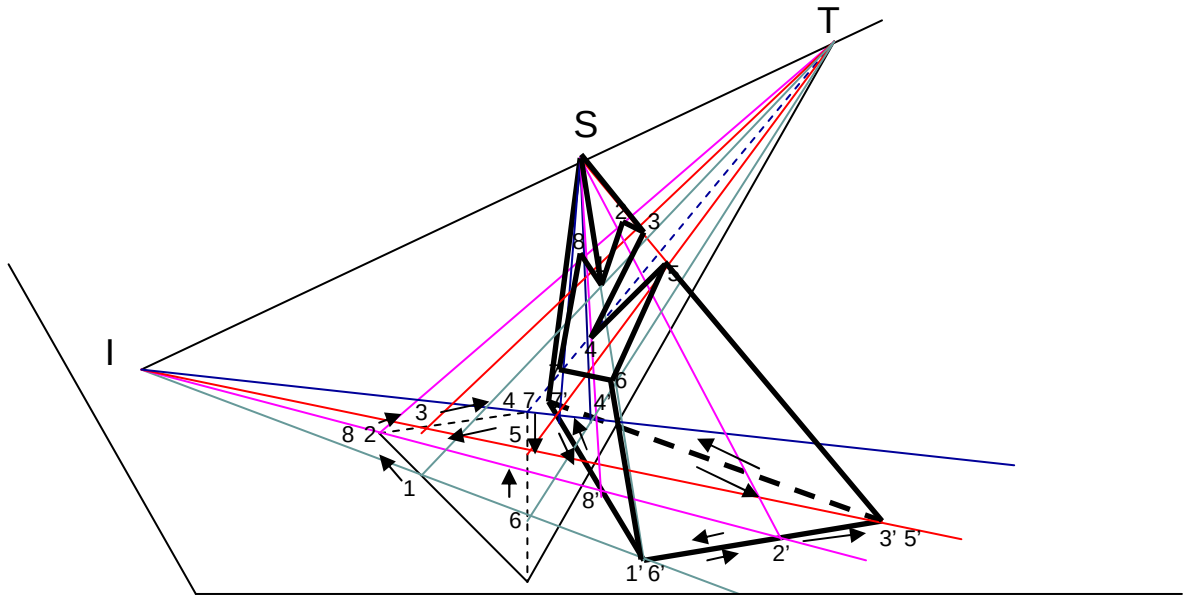
2.1.5. Section plane d’un prisme




Z
J2
L2
T2
A'2
B'2
C'2
D'2
K2
I2
C2
D2
J1
B2
A2
Y
C'1
B1
C1
B'1
A1
I1
D1
D'1
A'1
T1
L1
X

2.1.6. Intersection de deux pyramides





Intersection de deux pyramides

Soit un polygone quelconque dans un plan (P) et
un point S non situé dans ce plan. On trace les
demi-droites (SA), (SB), …La pyramide est définie par les plans (SA, SB), (SB,SC)…S est appelé sommet de la pyramide. Chaque face de la pyramide comprend une multitude de génératrices.

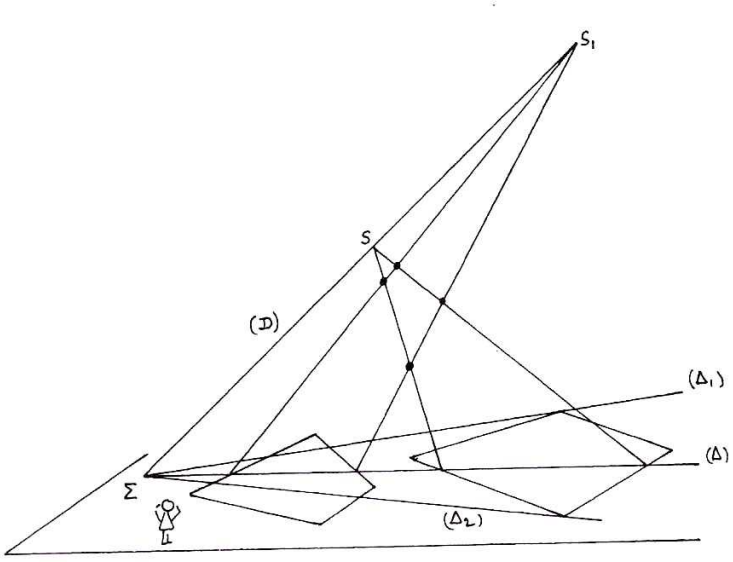
L'intersection de deux pyramides consiste en une suite d'intersection de droites et de pyramides.

Cette intersection se compose d'une ligne polygonale dans le cas d'un arrachement et deux lignes polygonales dans le cas d'une pénétration.

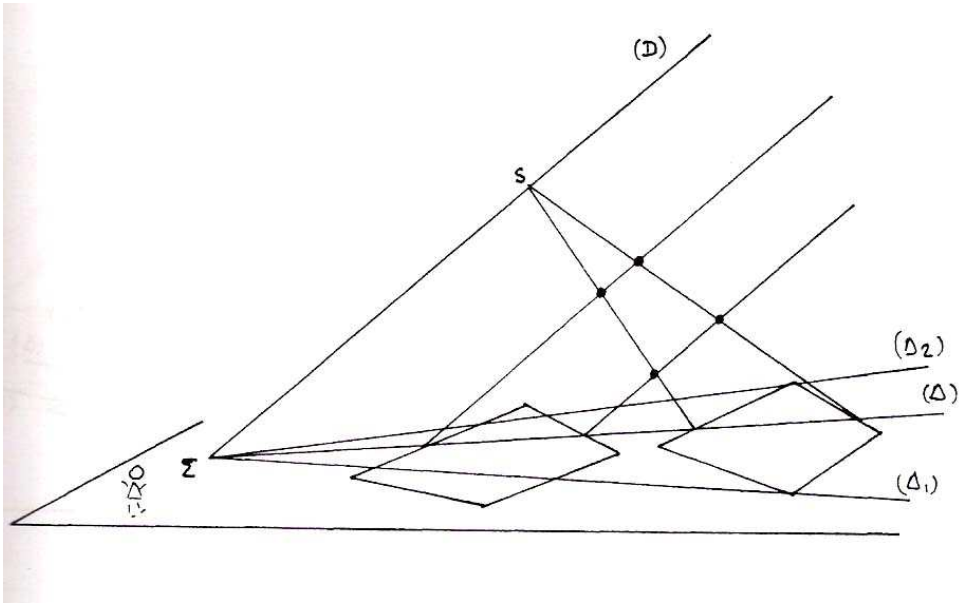
Cheminement

On imagine q'un point mobile M décrit la ligne polygonale dans un sens arbitraire à partir d'un point initial donné.
Le cheminement est effectué au niveau des bases des deux pyramides ou des deux prismes:
Il a 3 règles:
-Imaginer que les bases forment des rails sur lesquels se trouvent les points

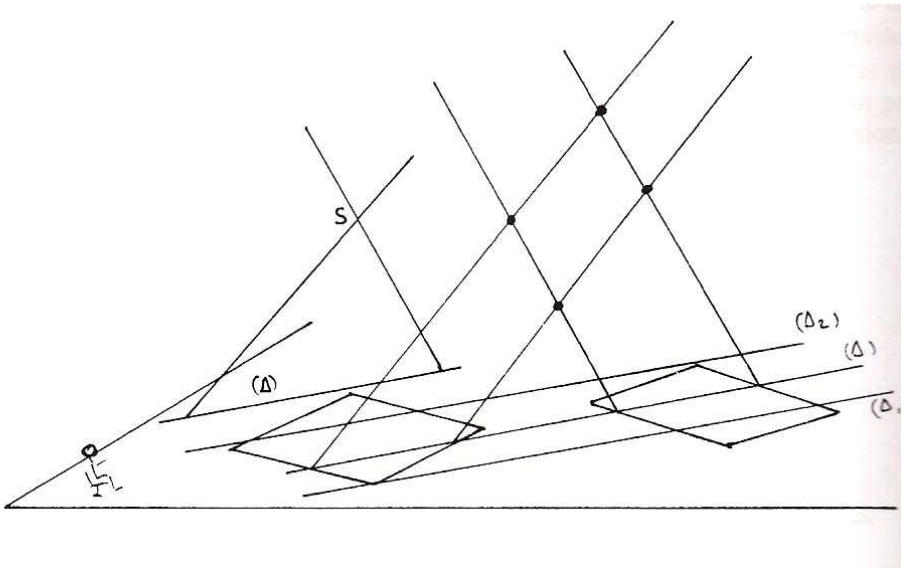
- Rester à l'intérieur de la zone d'intersection
- Ne pas prendre les points plus d'une fois sauf pour le cas des arêtes



Droite des sommets et zone d'intersection dans le cas de deux pyramides

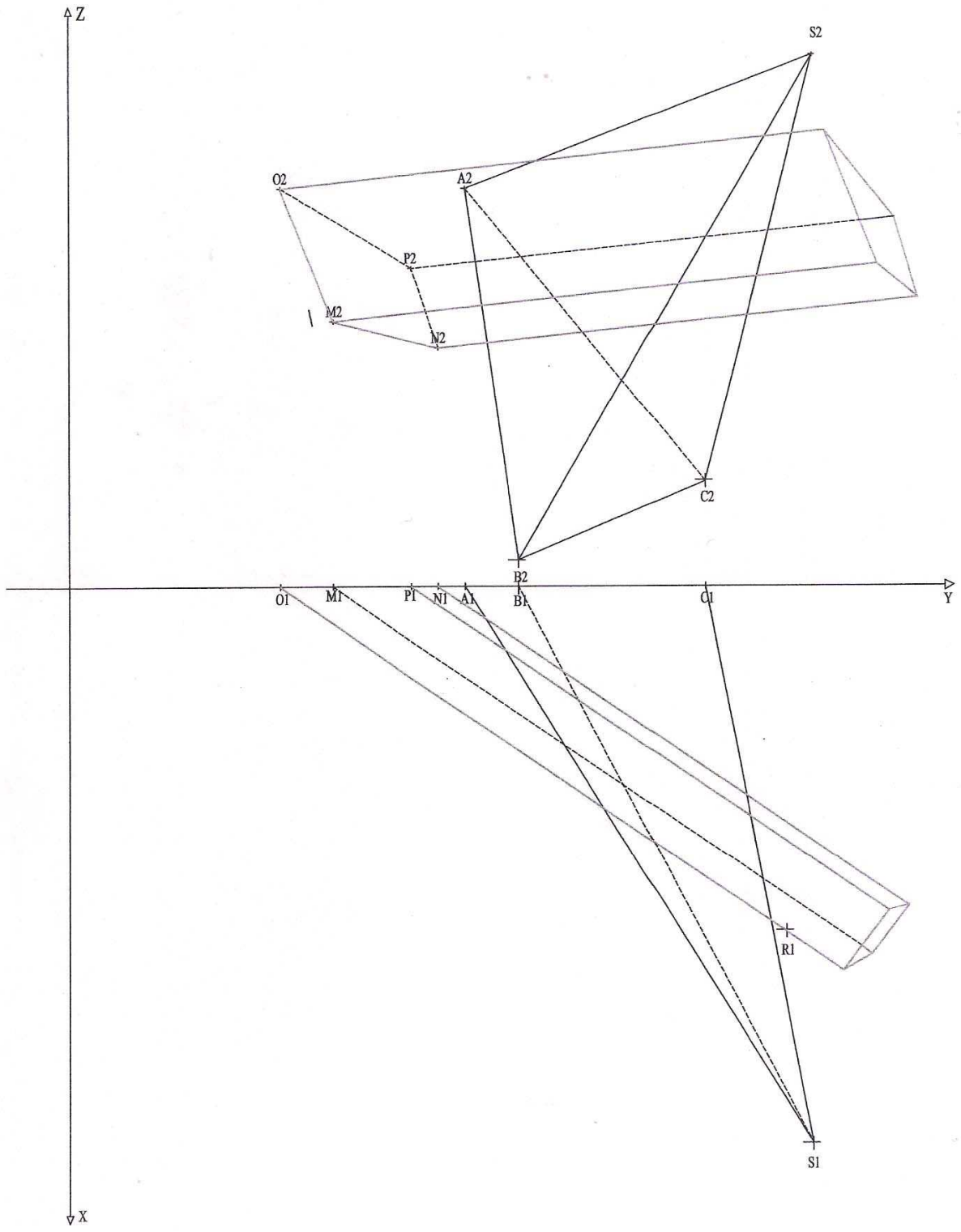


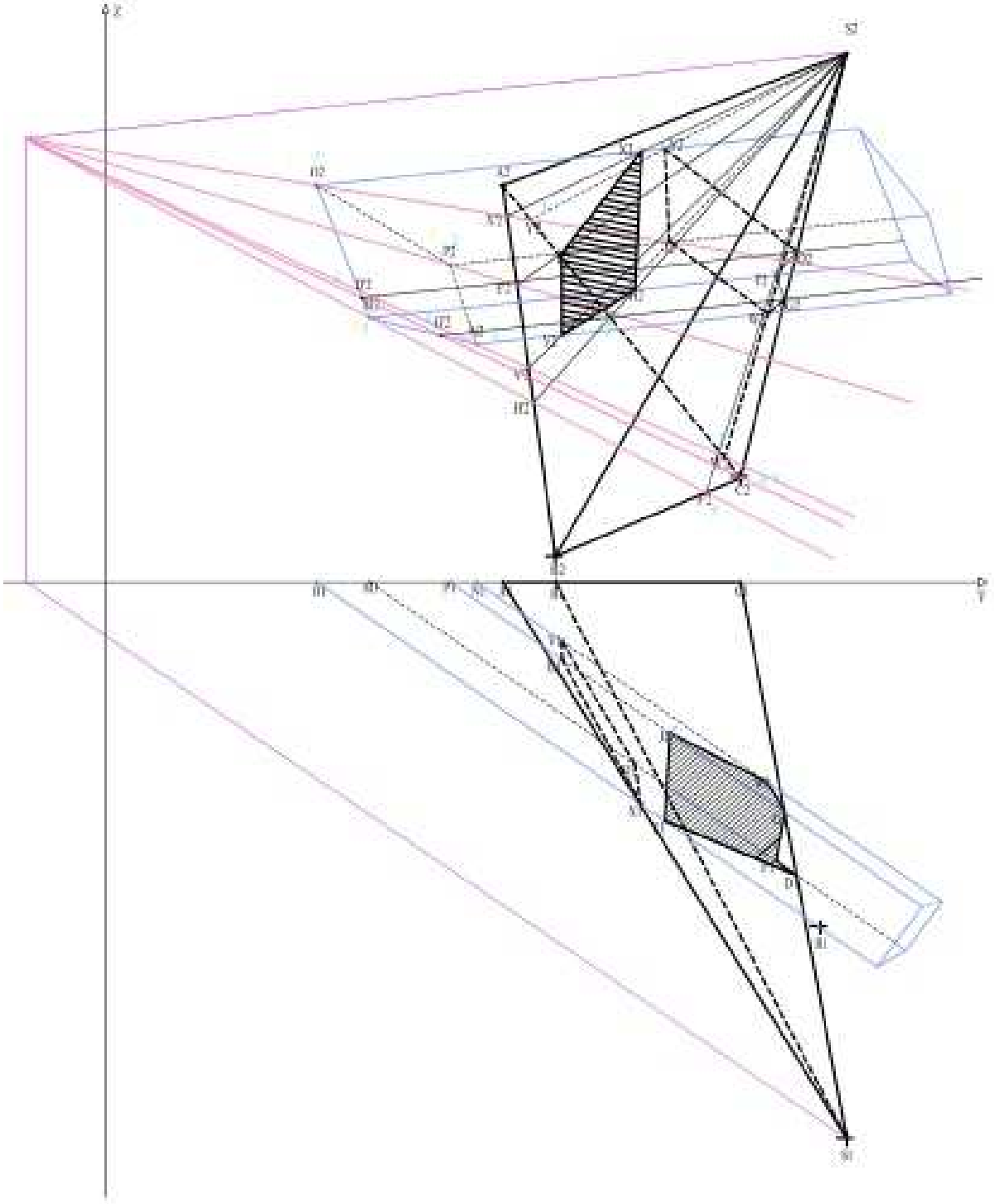
Droite de sommets et zone d'intersection dans le cas d'un prisme et d'une pyramide

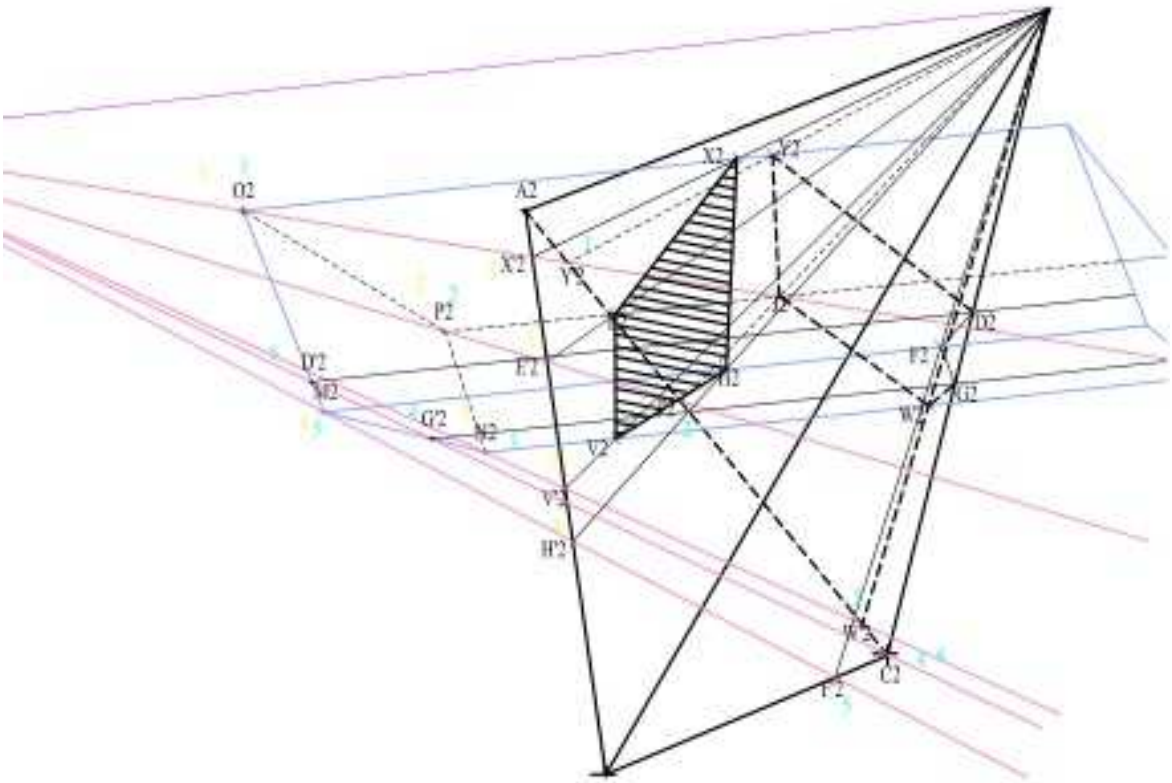


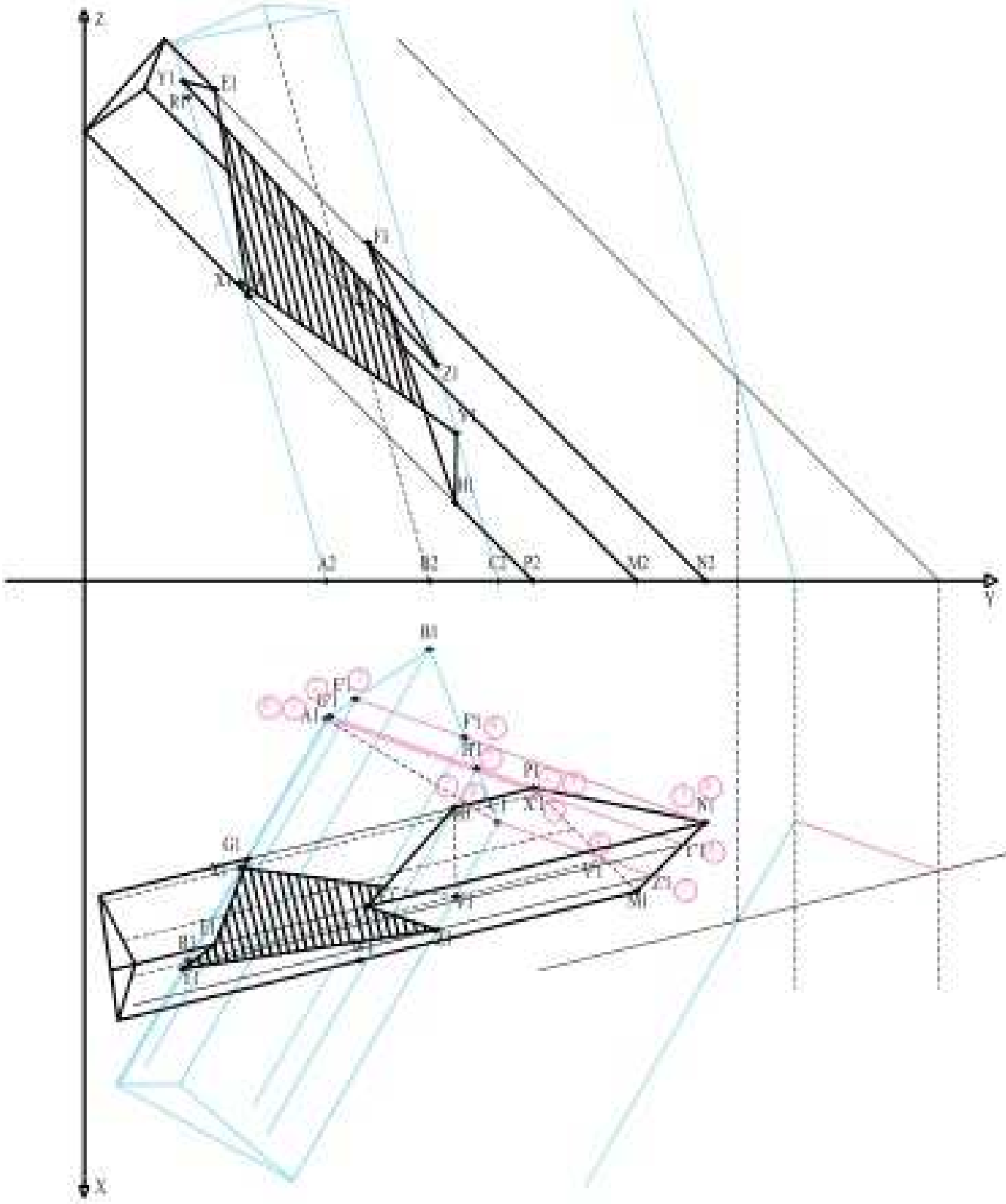
Zone d'intersection dans le cas de prismes

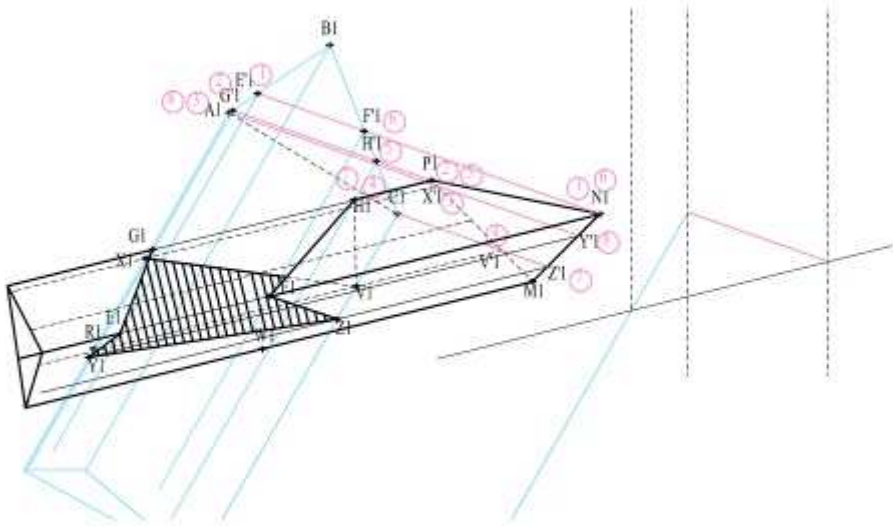
2.1.7. Intersection d’un prisme et d’une pyramide






O2
A2
X2
Y2
X'2
Y'2
P2
D2
D'2
E'2
F2
M2
G2
G'2
N2
V2
V'2
H'2
W2
C2
F'2


Z
Y
X
A2
B2
C2
P2
M2
N2
B1


B1
E'1
G'1
A1
F'1
H'1
P1
N1
H1
C1
X'1
G1
X1
Y'1
V'1
Z'1
M1
V1
E1
R1
Z1
Y1

2.2. La perspective

2.2.1. Perspective à deux points de fuite

➢La ligne d'horizon

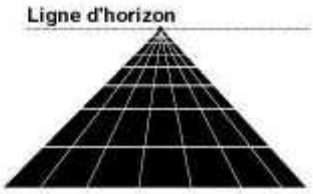


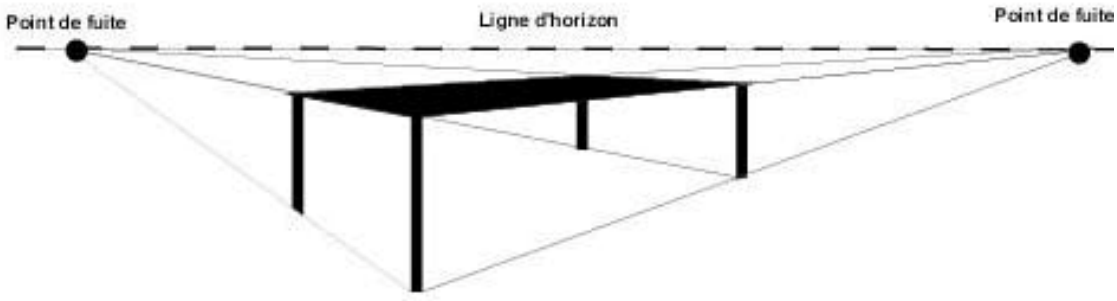
Figure 1
Dans cette première image, l'observateur est en position debout. Il attend.

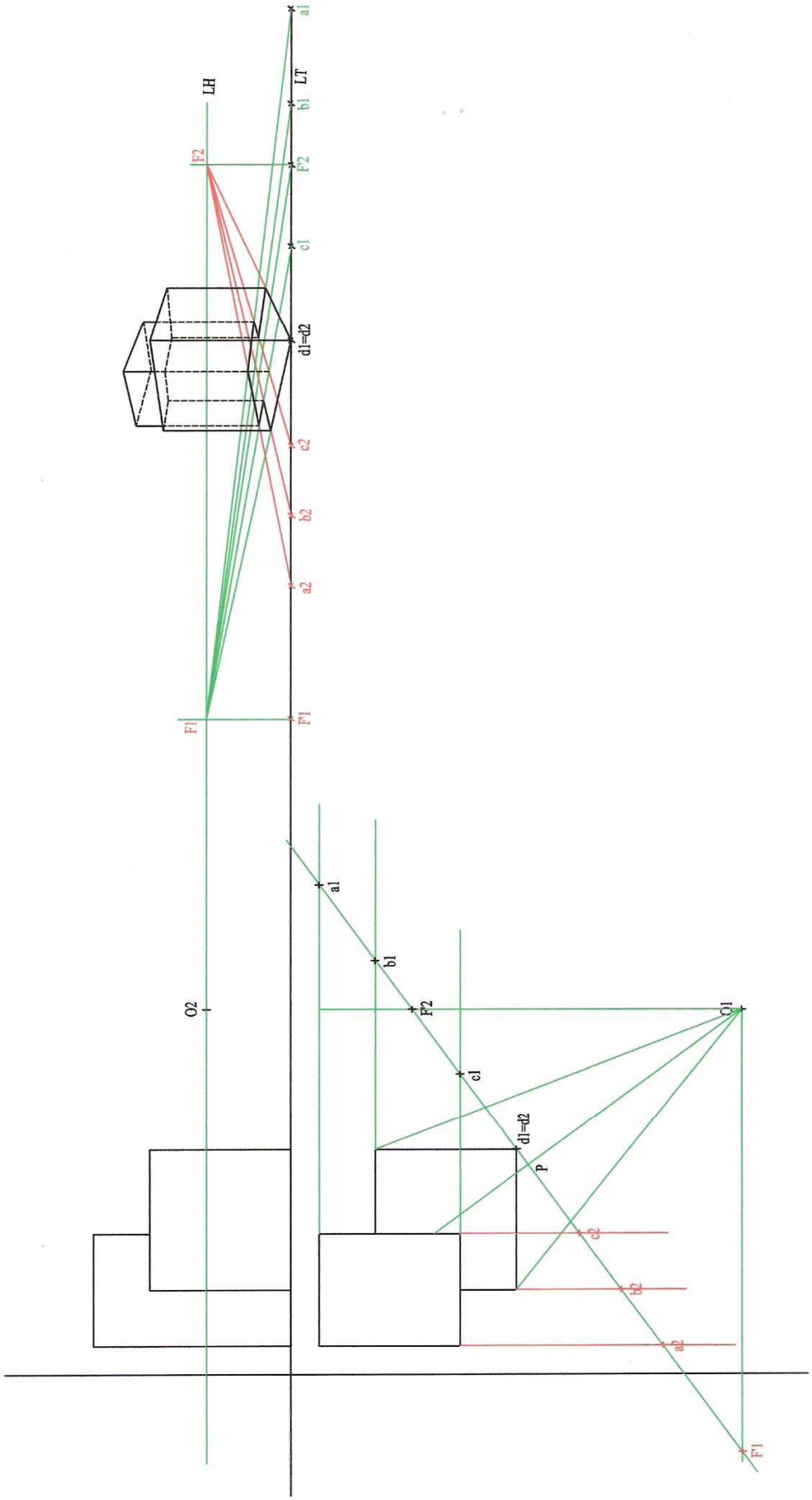
Figure 2
Cette fois-ci, notre observateur s'est assis sur une chaise. Il s'impatiente.

Figure 3
Finalement, épuisé, notre observateur s'est littéralement allongé sur la route. Il dort (sur le ventre)

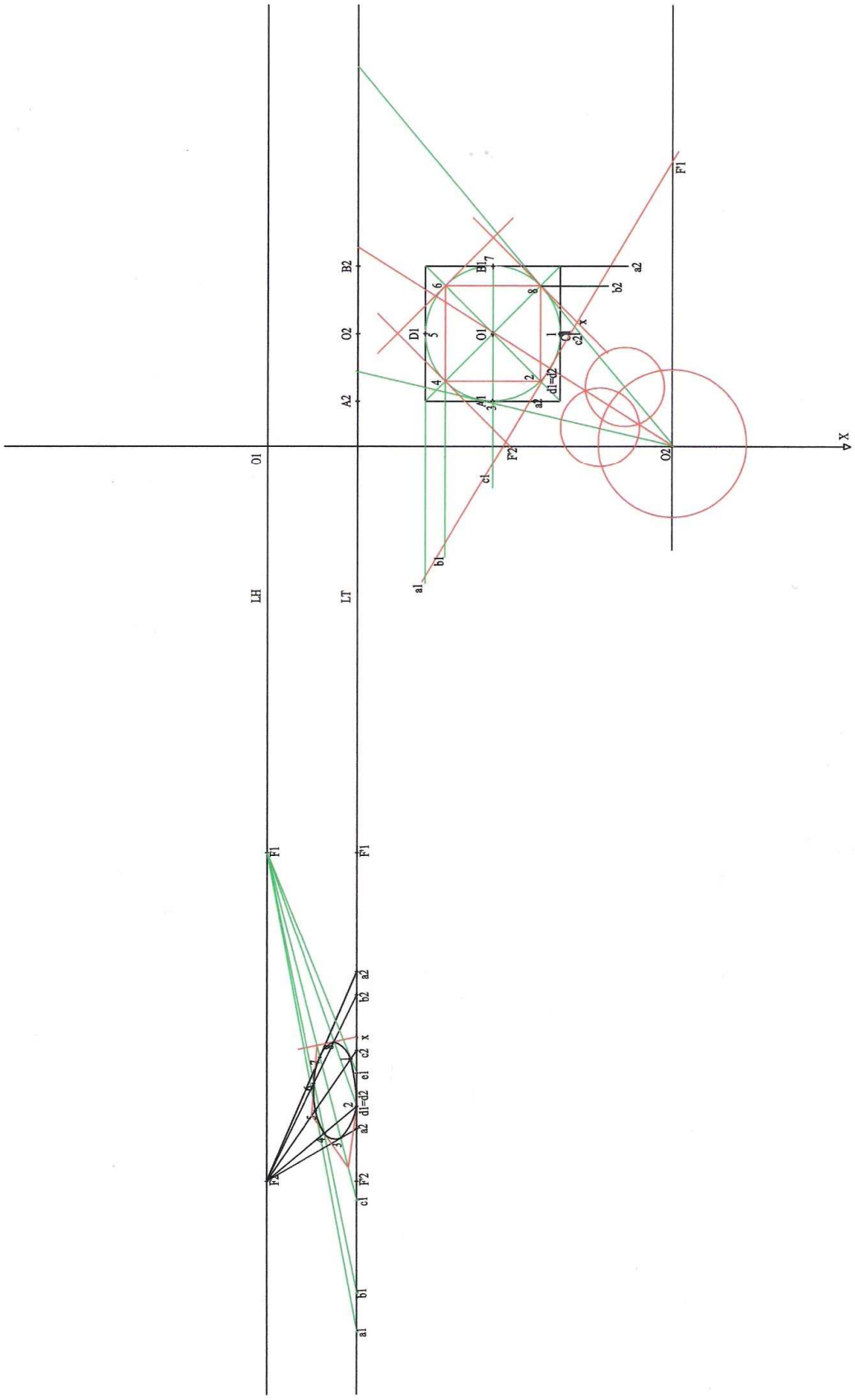
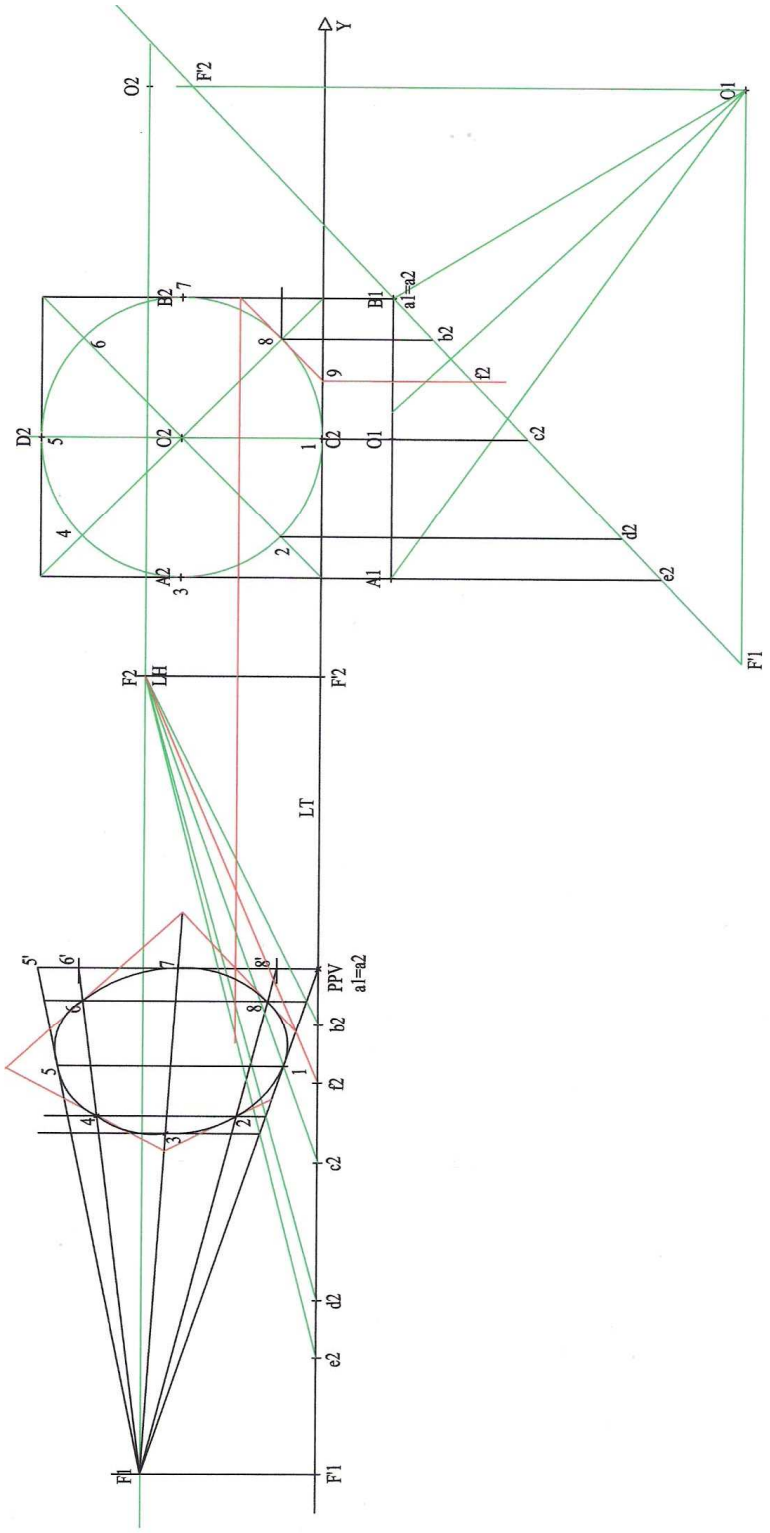
Les droites horizontales ne sont plus parallèles elles fuient vers le point de fuite. Tandis que les droites verticales gardent leur parallélisme

➢ Les points de fuite




LH
LT
a1
b1
F2
c1
d1=d2
c2
b2
a2
F1
O2
P
C1

2.2.2. Perspective du cercle horizontal



2.2.3. Perspective du cercle vertical