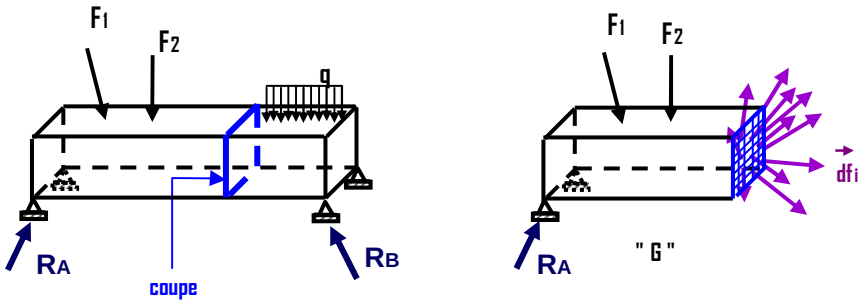
CONTRAINTES – DIMENSIONNEMENT DES ÉLÉMENTS DE STRUCTURES

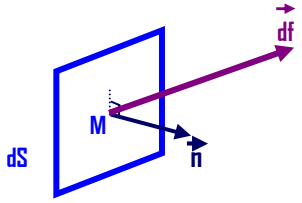
1- Contraintes :

1-1 Notion de contrainte :

Considérons une poutre soumise à un système de forces extérieures en équilibre. Faisons une coupe (S). Sur la face de coupe S_1 du tronçon de gauche "G", apparaissent des forces internes $\overrightarrow{df_i}$

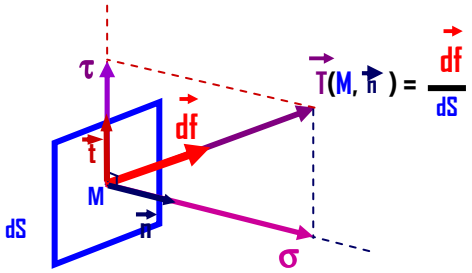


On définit au niveau de chaque élément de surface dS soumis à une force élémentaire intérieure $\overrightarrow{df}$, un vecteur contrainte noté $\vec{T}(M,\vec{n})$ (vecteur contrainte appliqué au point M entouré de la surface élémentaire dS de normale $\vec{n}$) par $\vec{T}(M,\vec{n}) = \dfrac{\overrightarrow{df}}{dS}$ [N/m^2]



Vecteur contrainte : $\vec{T}(M,\vec{n}) = \dfrac{\vec{df}}{dS}$ [N/m^2]

1-2 Contrainte normale – contrainte tangentielle :



$\vec{T}(M,\vec{n}) = \dfrac{\vec{df}}{dS}$

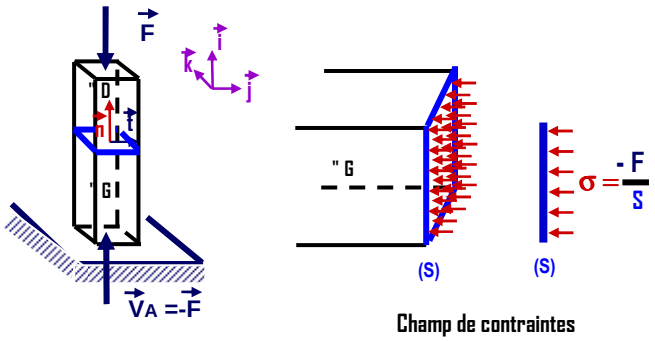
σ : contrainte normale

τ : contrainte tangentielle

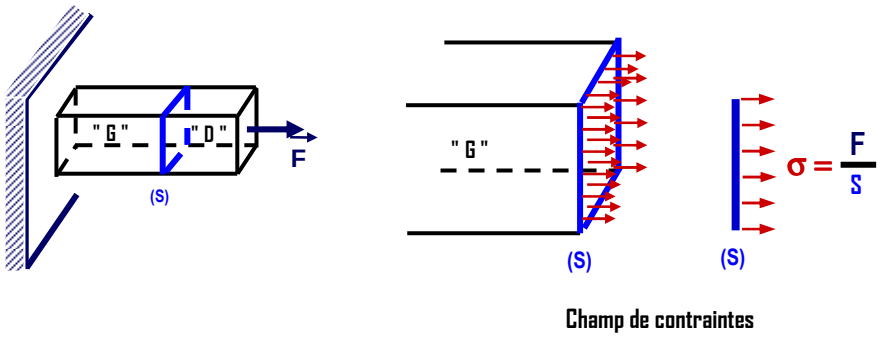
$\vec{T}(M,\vec{n}) = \sigma.\vec{n} + \tau.\vec{t}$ $\qquad$ $\|\vec{T}\| = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$

1-3 Les différents types de contraintes :

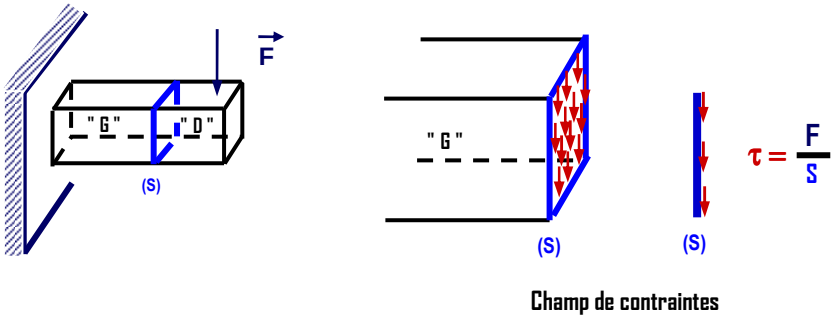
a) Contraintes de compression :



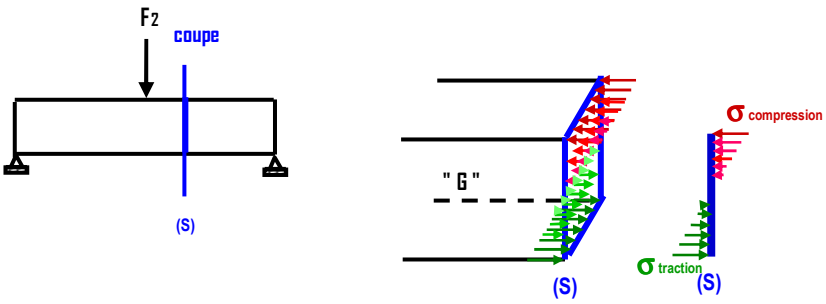
b) Contraintes de traction :

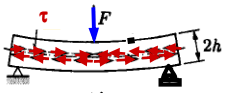


c) Contraintes de cisaillement :



d) Contraintes de flexion :





: Apparition de contraintes tangentielles au niveau de contact des fibres

Mise en évidence des contraintes de cisaillement

2- Propriétés mécaniques des matériaux :

Par propriétés mécaniques des matériaux, on entend un ensemble de caractéristiques mécaniques (loi, paramètres, modules…) qui modélisent, c'est-à-dire expliquent et traduisent le comportement des matériaux au niveau macroscopique, dans diverses conditions et sous diverses sollicitations.
Il est d'importance vitale pour l'ingénieur d'avoir une connaissance précise et complète de ces caractéristiques puisqu'elles sont utilisées, finalement, pour dimensionner.
L'établissement de ces propriétés mécaniques se déroule généralement en deux temps :

- étude expérimentale
- traduction des lois

La base de l'étude experimentale est l'essai uni-axial de traction ou de compression.

2-1 L'essai de traction :

L'essai est réalisé en laboratoire sur un échantillon de forme cylindrique de hauteur *h* et de section *S*. On soumet l'échantillon à une force de traction F croissante et on enregistre l'allongement relatif Delta *h* de l'échantillon. On poursuit ainsi l'essai jusqu'à la rupture de l'échantillon.
L'essai permet d'avoir le tableau expérimental suivant :

F	Δh

$\sigma = F/S$	$\varepsilon = \Delta h/h$

$\sigma = F/S$: contrainte de traction appliquée à l'échantillon
$\varepsilon = \Delta h/h$: déformation verticale de l'échantillon (ε est sans dimension, exprimée souvent en %)

Le tableau des résultats expérimentaux permet de tracer la courbe expérimentale $\sigma = f(\varepsilon)$

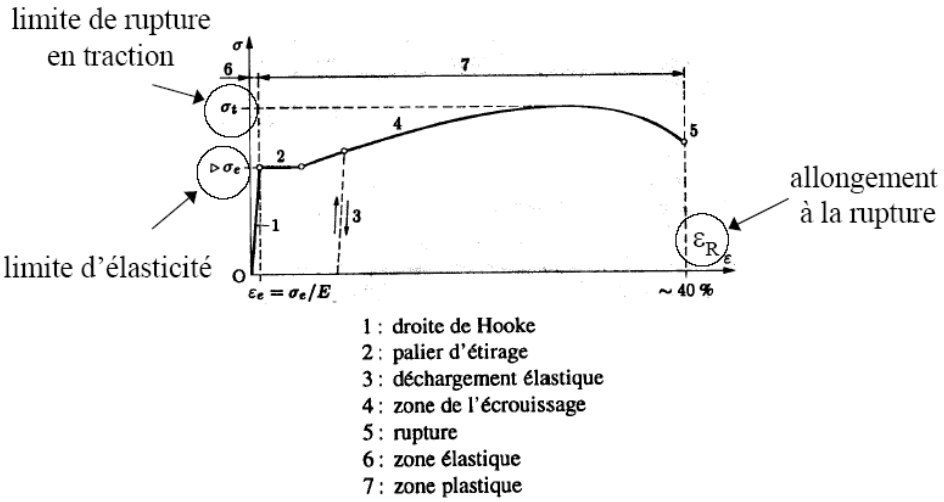


Diagramme contrainte-déformation de l'acier

Interprétation :

1- Le matériau présente une **phase élastique linéaire**. Cette phase est représentée par une droite dans le diagramme contrainte-déformation. Sa pente, correspondant au **module d'élasticité**, vaut $E = \sigma/\varepsilon$ [N/mm^2] (E = 21 000 daN/mm^2 l'acier). La relation $\sigma = E.\ \varepsilon$ traduisant le comportement élastique linéaire du matériau est appelée loi Hooke.

2- Si l'on augmente la contrainte jusqu'à la limite élastique σ_e (appelée aussi **limite d'écoulement**), des déformations plastiques et irréversibles commencent à apparaître. On constate que les déformations augmentent, alors que la contrainte reste plus ou moins constante (**comportement plastique**)

4- C'est seulement pour de très grandes déformations que la contrainte augmente de nouveau (phase de l'écrouissage) jusqu'à atteindre la **résistance** du matériau et la **rupture**.

3- Si on décharge l'échantillon après avoir dépassé la limite élastique σ_e, il reste une déformation résiduelle. L'échantillon conserve une déformation permanente Δh.

2-2 Matériaux ductiles et matériaux fragiles :

Le comportement mécanique de l'acier peut être décrit par un diagramme contrainte-déformation composé de deux phases : comportement élastique + comportement plastique : C'est ce qu'on appelle un **comportement ductile**.
D'autres matériaux ont un comportement complètement différent. C'est par exemple le cas du verre : une fois atteinte la limite du domaine élastique, une fissure se propage soudainement à travers l'élément et provoque la rupture. Dans ce cas le comportement est **fragile**.

2-3 Contrainte admissible – Notion de facteur de sécurité :

On ne peut admettre qu'un matériau puisse subir des déformations permanentes. C'est pourquoi la valeur σ_e de la limite élastique est utilisée pour définir la résistance d'un matériau.
La valeur de σ_e étant déterminée par des essais de laboratoire et comme on dispose rarement pour la construction d'un matériau identique à celui testé au laboratoire, on introduit un coefficient de sécurité f (>1). Chaque matériau ne peut être alors soumis à une contrainte supérieure à ce qu'on appelle contrainte admissible du matériau notée $\overline{\sigma}$ ou σ_{max}.

Cette contrainte est égale à : $\overline{\sigma} = \dfrac{\sigma_e}{f}$